

重庆巴蜀中学高 2021 届高三二（上）数学月考试题

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 抛物线 $y^2 = -8x$ 的焦点到准线的距离是 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

2. 若直线 $x + ay + 1 = 0$ 的倾斜角为 45° ，则 $a =$ ()

- A. -1 B. 1 C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $-\sqrt{2}$

3. 双曲线 $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{2} = 1$ 的渐近线方程是 ()

- A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \frac{1}{2}x$ C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$

4. 设 $k \in R$ ，则方程 $\frac{x^2}{1-k} - \frac{y^2}{3+k} = 1$ 表示双曲线的充要条件是 ()

- A. $-3 < k < 1$ B. $-1 < k < 3$ C. $0 < k < 1$ D. $k < -3$ 或 $k > 1$

5. 设直线 $ax + y - 1 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 16 = 0$ 相切，则 $a =$ ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $-\frac{4}{3}$

6. 已知 F 是抛物线 $y^2 = x$ 的焦点，点 $A(x_0, y_0)$ 在抛物线上，若 $|AF| = 1 - x_0$ ，则 $x_0 =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{5}{8}$

7. 已知点 P 在双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 的右支上， F_1, F_2 是其左、右焦点，若线段 PF_1 的中点恰好在 y 轴上，则 $\cos \angle F_1PF_2 =$ ()

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

8. 椭圆 $\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{2} = 1$ 上的点到点 $(1, 0)$ 的最大距离是 ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. 6

9. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ，焦点到渐近线的距离等于 2，则双曲线的实轴长为 ()

- A. 4 B. 8 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

10. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上的点 M 到直线 $3x + 4y = 12$ 的距离为 d_1 ，到直线 $y = \frac{1}{2}$ 的距离为

d_2 ，则 $d_1 + d_2$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. 3 C. $\frac{23}{10}$ D. $\frac{14}{5}$

11. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的中心为 O ，点 P 在椭圆上，已知点 $Q(\frac{b^2}{c}, 0)$ ，其中

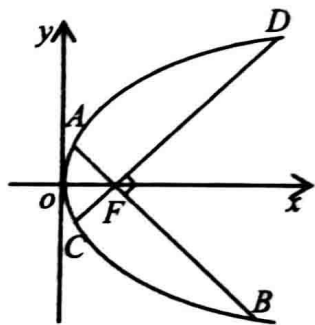
$c = \sqrt{a^2 - b^2}$ ，若 $\triangle POQ$ 是等腰三角形且 $\angle POQ = 120^\circ$ ，则该椭圆的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{5 - \sqrt{21}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{13} - \sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{9 - \sqrt{65}}{2}$

12. 如图， A 、 B 、 C 、 D 在抛物线 $y^2 = 2x$ 上，直线 AB 和 CD 都通过抛物线的焦点 F ，若

$AB \perp CD$ ，则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的最小值是 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8



二、填空题 (本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 设某圆的圆心为 $(2, -1)$ ，一条直径的两个端点恰好在两坐标轴上，则该圆的半径是_____.

14. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点为 F ，若点 $M(-2, 2)$ 在抛物线的准线上，则直线 MF 的斜率为_____.

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{7} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_1 且斜率为 1 的直线与椭圆交于

A 、 B 两点，则 $\triangle ABF_2$ 的面积是_____.

16. 点 P 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上， $F_1(-c, 0)$ 、 $F_2(c, 0)$ 是其左、右焦点，设

$\overrightarrow{F_1P} \cdot \overrightarrow{F_2P}$ 的最小值为 t ，若 $t \in \left[-\frac{c^2}{2}, -\frac{c^2}{3}\right]$ ，则双曲线的离心率的取值范围是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，第 17 题 10 分，第 18~22 题每题 12 分，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 设椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 的一个焦点为 $(\sqrt{2}, 0)$.

(I) 求椭圆 E 的离心率;

(II) 直线 $l: y = x + \frac{1}{2}$ 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$ 的值.

18. 已知点 $A(-5, 0)$, $B(5, 0)$, 动点 C 到 A, B 的距离之差的绝对值等于 2.

(I) 求点 C 的轨迹方程;

(II) 若点 C 同时也在圆 $x^2 + y^2 = 25$ 上, 且点 C 在第一象限, 求圆心 O 到直线 AC 的距离.

19. 已知圆 C 通过 $A(2, 2)$, $B(1, 3)$ 两点, 圆心 C 在直线 $x + y - 5 = 0$ 上.

(I) 求圆 C 的标准方程;

(II) 设 $t > 1$, 点 $A(-t, 0)$, $B(t, 0)$, 若圆 C 上存在点 P 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 求 t 的最大值.

20. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点与短轴的两个端点构成一个正三角形, 点

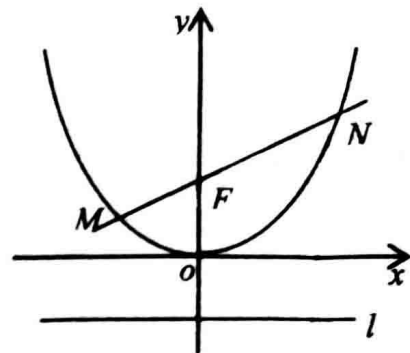
$(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆 E 上.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 若斜率为 k 的直线 l 与椭圆 E 交于 A, B 两点, 且线段 AB 的中点为 $P(\sqrt{2}, \frac{m}{2}) (m > \frac{1}{2})$,

求 k 的取值范围.

21. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的准线为 l , 焦点为 F , O 为原点, 点 $P(4, m)$ 在抛物线 C 上, 且 $|PF| = 4$.



(I) 求抛物线 C 的方程及 l 的方程;

(II) 设过 F 的直线交抛物线 C 于 M 、 N 两点, 直线 $y = m$ 分别与直线 OM 、 ON 交于点 A 、 B , 若以 AB 为直径的圆经过点 $D(0, n)$, 求 n 的值.

22. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆 C 截直线 $y = 1$ 所得线段的长度为 $2\sqrt{6}$.

(I) 求椭圆 C 的方程;

(II) 设直线 $l: y = kx + m (m > 0)$ 交椭圆 C 于 A 、 B 两点,

D 为线段 AB 的中点, 过点 D 引圆 $M: x^2 + (y + m)^2 = m^2$ 的两条切线, 切点为 E 、 F , 求 $\angle EDF$ 的最小值及此时 m 的取值范围.

