

重庆八中高 2025 级高一（上）数学周日检测（二）

命题人：张凤林 张记

一. 单选题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 若 $m \in \{1, m^2 - 3m + 3\}$ ，则实数 m 的值为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 1 或 3

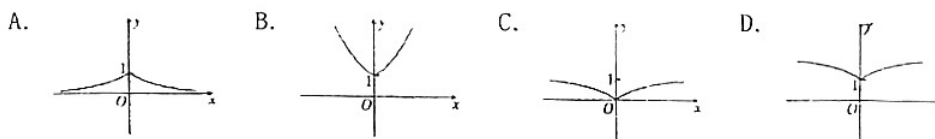
2. 下列函数中，与函数 $y = x + 2$ 是同一个函数的是()

- A. $y = (\sqrt{x+2})^2$ B. $y = \sqrt[3]{x^3} + 2$ C. $y = \frac{x^2}{x} + 2$ D. $y = \sqrt{x^2} + 2$

3. 设 $f(x) = x^a$ ，其中 $a \in \{-1, \frac{1}{2}, 1, 2, 3\}$ ，则“函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(-1, 1)$ ”是“函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单调递减”的()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 函数 $y = (\frac{1}{2})^{|x|}$ 的图象只可能是()



5. 若函数 $y = 2^{x^2 - 6x + 10}$ 的定义域为 $[2, 5]$ ，则该函数的值域是()

- A. $[4, 32]$ B. $[4, 16]$ C. $[2, 32]$ D. $[2, 16]$

6. 已知函数 $f(x) = x^2 + ax + 3$ ，若 $\forall x \in [1, 2]$ ，恒有 $f(x) \geq 0$ ，则实数 a 的取值范围为()

- A. $[-2, +\infty)$ B. $[-2\sqrt{3}, +\infty)$ C. $[2\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(2, +\infty)$

7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax, & x \geq 1 \\ ax - 1, & x < 1 \end{cases}$ 是 R 上的增函数，则实数 a 的取值范围是()

- A. $(0, \frac{2}{3})$ B. $(0, \frac{2}{3}]$ C. $(0, 1)$ D. $[0, 1]$

8. 已知函数 $f(x) (x \in R)$ 满足 $f(-x) = 6 - f(x)$ ，函数 $y = x^2 + 3$ 的图象与 $y = f(x)$ 的图象的交点为 (x_1, y_1) ，

$(x_2, y_2), \dots, (x_{11}, y_{11})$ ，则 $\sum_{i=1}^{11} (x_i + y_i)$ ()

- A. 40 B. 50 C. 33 D. 70

二. 多选题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 下列函数中, 既是奇函数又在区间 $(0,1)$ 上单调递增的是 ()

- A. $y = x - \frac{1}{x}$ B. $y = -x^3$ C. $y = e^x - e^{-x}$ D. $y = \frac{x^2}{|x|}$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a, & x \leq 1 \\ \frac{x-4}{x}, & x > 1 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 的最小值为 $f(1)$, 则实数 a 的值可以是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

11. 已知 $y = f(x+1)$ 是偶函数, 且 $x < 1$ 时 $f(x)$ 是减函数, 则 $f(2^x)$ 与 $f(3^x)$ 的可能的大小关系有 ()

- A. $f(2^x) > f(3^x)$ B. $f(2^x) < f(3^x)$ C. $f(2^x) = f(3^x)$ D. 无法比较

12. 已知连续函数 $f(x)$ 满足: ① $\forall x, y \in \mathbb{R}$, 则有 $f(x+y) = f(x) + f(y) - 1$, ② 当 $x > 0$ 时, $f(x) < 1$, ③ $f(1) = -2$, 则以下说法中正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的图象关于 $(0,1)$ 对称
B. $f(4x) = 4f(x) - 4$
C. $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最大值是 10
D. 不等式 $f(3x^2) - 2f(x) > f(3x) + 4$ 的解集为 $\left\{x \mid \frac{2}{3} < x < 1\right\}$

三. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.)

13. $0.064^{-\frac{1}{3}} + (\pi - 2022)^0 + 0.25^2 \times 0.5^{-4} = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 已知 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}}$, $b = 2^{\frac{1}{5}}$, $c = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{5}}$, 则 a, b, c 的大小顺序为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 幂函数 $f(x) = (a-1)x^{m^2-2m-3}$ ($a, m \in \mathbb{N}$) 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 则 $a+m = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = ax + 2$ ($a > 0$), 若对任意 $x_1 \in [-1, 2]$, 总存在 $x_2 \in [-1, 2]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$, 则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

四. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 请将正确答案做在答题卷相应位置, 要有必要的推理或证明过程.)

17. 已知集合 $A = \{x \mid a \leq x \leq a+2\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 4\}$, 全集 $U = \mathbb{R}$.

(1) 若 $a = -2$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

18. 为了加强“疫情防控”，某校决定在学校门口借助一侧原有墙体，建造一间墙高为4米，底面为24平方米，且背面靠墙的长方体形状的校园应急室，由于此应急室的后背靠墙，无需建造费用，公司甲给出的报价为：应急室正面的报价为每平方米400元，左右两侧报价为每平方米300元，屋顶和地面报价共计9600元，设应急室的左右两侧的长度均为 x 米（ $1 \leq x \leq 5$ ），公司甲的整体报价为 y 元。

(1) 试求 y 关于 x 的函数解析式；

(2) 现有公司乙也要参与此应急室建造的竞标，其给出的整体报价为 $(580x + 20000)$ 元，若采用最低价中标规则，哪家公司能竞标成功？请说明理由。

19. 已知定义在 R 上的函数 $f(x)$ ， $g(x)$ 分别是奇函数和偶函数，且 $f(x) + g(x) = x^2 - 2x + 2$ 。

(1) 求 $f(x)$ ， $g(x)$ 的解析式；

(2) 若 $f(x) + ag(x) + 1 \leq 0$ 对任意的实数 x 恒成立，求实数 a 的取值范围。

20. (12分) 已知函数 $g(x) = \frac{x+b}{2x^2+a}$ ， $x \in (-1, 1)$ ，从下面两个条件中任选一个条件，求出 a ， b 的值，并解答后面的问题。（注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分）

① 已知函数 $f(x) = x^2 - (a-2)x + 4$ ， $f(x)$ 在定义域 $[b-1, b+1]$ 上为偶函数；

② 已知函数 $f(x) = ax + b (a > 0)$ 在 $[1, 2]$ 上的值域为 $[2, 4]$ ；

(1) 选择_____，求 a ， b 的值；

(2) 证明： $g(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上单调递增；

(3) 解不等式 $g(t-1) + g(2t) < 0$ 。

21. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$) 满足: ①当 $x \in \mathbf{R}$ 时, $f(x-4) = f(2-x)$ 且

$f(x) \geq x$; ②当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) \leq \left(\frac{x+1}{2}\right)^2$; ③ $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上的最小值为 0.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 试求最大的 m ($m > 1$), 使得存在 $t \in \mathbf{R}$, 只要 $x \in [1, m]$, 都有 $f(x+t) \leq x$.

22. 若函数 $y = f(x)$ 自变量的取值区间为 $[a, b]$ 时, 函数值的取值区间恰为 $\left[\frac{2}{b}, \frac{2}{a}\right]$, 就称区间 $[a, b]$ 为

$y = f(x)$ 的一个“和谐区间”. 已知函数 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $g(x) = -x + 3$.

(1) 求 $g(x)$ 的解析式;

(2) 求函数 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内的“和谐区间”;

(3) 若以函数 $g(x)$ 在定义域内所有“和谐区间”上的图像作为函数 $y = h(x)$ 的图像, 是否存在实数 m , 使集合 $\{(x, y) | y = h(x)\} \cap \{(x, y) | y = x^2 + m\}$ 恰含有 2 个元素. 若存在, 求出实数 m 的取值集合; 若不存在, 说明理由.