

重庆八中高 2024 级高一（上）阶段检测（2）

数 学 试 题

命题：谢强、唐鑫 审核：吉士钦 打印：唐鑫 校对：熊盛吉

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{1, 2, 6\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则集合 $\{1, 6\} =$

A. $M \cap N$

B. $M \cup N$

C. $M \cap (\complement_I N)$

D. $N \cap (\complement_I M)$

2. 设 $p: a > 1$, $q: a^2 > 1$, 则 p 是 q 的

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不必要又不充分条件

3. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}$ 的定义域是

A. $(-\infty, 1]$

B. $(0, 1]$

C. $[1, +\infty)$

D. $(\frac{3}{4}, 1]$

4. 已知 $a = 3^{0.6}$, $b = \log_3 0.6$, $c = 0.6^3$, 则

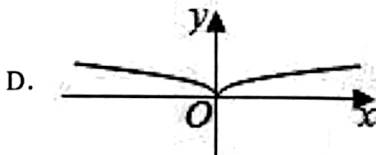
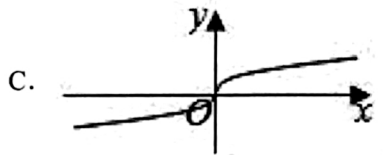
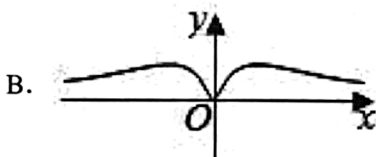
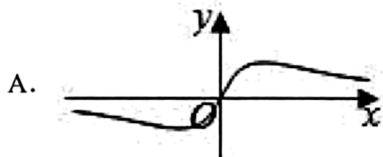
A. $a > c > b$

B. $a > b > c$

C. $b > a > c$

D. $c > a > b$

5. 函数 $f(x) = \frac{2x^2}{x^4 + 1}$ 的图象大致是



6. 把物体放在冷空气中冷却，如果物体原来的温度是 $\theta_1^\circ\text{C}$, 空气的温度是 $\theta_0^\circ\text{C}$, 经过 t 分钟后物

体的温度 $\theta^\circ\text{C}$ 可由公式 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ 求得，其中 k 是一个随着物体与空气的接触状况而定的

大于 0 的常数。现有 80°C 的物体，放在 20°C 的空气中冷却，4 分钟以后物体的温度是 40°C , 则 k 约等于（参考数据： $\ln 3 \approx 1.099$ ）

A. 0.6

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.3

7. 已知 $m > 0, n > 0, 2mn + m + 2n = 8$, 则 $m + 2n$ 的最小值为

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. 4

D. 6

8. 已知定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 且 $f(3) = 0$, 则关于 x 的不等式 $(x-2)f(x-2) < 0$ 的解集是

A. $(-\infty, -1) \cup (2, 5)$

B. $(-1, 2)$

C. $(5, +\infty)$

D. $(2, 5) \cup (5, +\infty)$

二、选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项是符合题目要求的, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 若 $a > b > 0$, 则

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $a^{\frac{1}{3}} > b^{\frac{1}{3}}$

C. $(\frac{1}{3})^a > (\frac{1}{3})^b$

D. $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b$

10. 已知函数 $f(x) = \ln(1+x) - \ln(1-x)$, 则下列说法正确的是

A. $f(x)$ 的定义域为 $(-1, 1)$

B. $f(x)$ 是奇函数

C. $f(x)$ 是减函数

D. 若 $f(x) < 0$, 则 $-1 < x < 0$

11. 已知定义在 R 上的奇函数 $f(x)$, 满足 $f(x+4) = -f(x)$, 且在区间 $[0, 2]$ 上单调递增, 则下列说法正确的是

A. 函数 $f(x)$ 的图像关于 $x=2$ 对称

B. 函数 $f(x)$ 在 $[-4, -2]$ 上单调递增

C. $f(-3) = -f(1)$

D. 若方程 $f(x) = m$ 在 $[-2, 6]$ 内恰有 2 个不同的实根 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = 4$

12. 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 则下列说法正确的是

A. $[-x] = -[x]$

B. $[x] + [x + \frac{1}{2}] = [2x]$

C. $[x+y] \geq [x] + [y]$

D. 不等式 $[x]^2 - [x] - 2 \leq 0$ 的解集为 $\{x | -2 < x < 3\}$

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填写在答题卡相应位置上.

13. 函数 $f(x) = a^{2x-1} + 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象过定点 P , 则 P 的坐标为_____.

14. 设集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x+2}{x-3} > 0 \right\}$, $B = \{x | 1-a \leq x \leq 2a-1\}$, 若 $A \cup B = R$, 则实数 a 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 + 5x + 6)$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是_____.

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} 3^{|x|} - a, & x < 2 \\ 4(x-a)(x-2a), & x \geq 2 \end{cases}$ 恰有三个零点, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + bx + 5$ ，且 $f(x) > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 5\}$.

(1) 求 a, b ;

(2) 若函数 $f(x)$ 在区间 $[3, t+3](t > 0)$ 上的最小值为 5，求 t 的值.

18. (12 分)

求下列各式的值.

(1) $(\frac{9}{4})^{\frac{1}{2}} - (-9.6)^0 - (\frac{27}{8})^{\frac{2}{3}} + 5^{\log_5 2}$;

(2) $\frac{\lg 8 + \lg 125 - \lg 2 - \lg 5}{\log_3 4 \cdot \log_2 5}$.

19. (12 分)

已知函数 $f(x) = mx - \frac{1}{x}$.

(1) 判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 若 $m=1$, $a, b \in (0, +\infty)$, 试比较 $f(\frac{a+b}{2})$ 与 $\frac{f(a)+f(b)}{2}$ 的大小.

20. (12 分)

中国“一带一路”倡议提出后, 某科技企业为抓住“一带一路”带来的机遇, 决定开发生产一款大型电子设备, 生产这种设备的年固定成本为 500 万元, 每生产 x 台需要另投入成本 $C(x)$ (万元). 当

年产量不足 80 台时, $C(x) = \frac{1}{2}x^2 + 40x$ (万元), 当年产量不小于 80 台时, $C(x) = 101x + \frac{8100}{x} - 2180$

(万元), 若每台设备售价为 100 万元, 通过市场分析, 该企业生产的电子设备能全部售完.

(1) 求年利润 y (万元) 关于年产量 x (台) 的函数关系式;

(2) 年产量为多少台时, 该企业在这—电子设备的生产中所获利润最大? 并求出这个最大利润.

21. (12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$.

(1) 若 $f(x) = 2^x - 1$, 求 x 的值;

(2) 若 $(2^x + 1)f(2x) - mf(x) \geq 0$ 对 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求 m 的取值范围.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = \log_2(4^x + 1)$.

(1) 若 $F(x)$ 为 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $F(x) = f(x)$, 求 $x < 0$ 时, $F(x)$ 的解析式;

(2) 设 $g(x) = f(x) - x - \log_2(a \cdot 2^x - 4a)$, 其中 $a > 0$. 若 $g(x)$ 有且仅有一个零点, 求 a 的取值范围.