

数学试题

命题：陈莹 肖江 审核：陈方玉 打印：肖江 校对：陈莹

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上。
2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后，请将答题卡上交。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | -4 < x < 2\}$ ， $N = \{x | -2 < x < 3\}$ ，则 $M \cup N =$
 A. $\{x | -4 < x < 3\}$ B. $\{x | -4 < x < -2\}$
 C. $\{x | -2 < x < 2\}$ D. $\{x | 2 < x < 3\}$
2. 函数 $f(x) = \sqrt{1-x} + \frac{1}{x+3}$ 的定义域为
 A. $(-3, 0]$ B. $(-3, 1]$
 C. $(-\infty, -3) \cup (-3, 0]$ D. $(-\infty, -3) \cup (-3, 1]$
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若 $f(a) = \frac{1}{2}$ ，则 $a =$
 A. -1 B. $\sqrt{2}$ C. -1 或 $\sqrt{2}$ D. 1 或 $-\sqrt{2}$
4. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减，则
 A. $f(-2) > f(1) > f(3)$ B. $f(-2) > f(3) > f(1)$
 C. $f(1) > f(-2) > f(3)$ D. $f(3) > f(1) > f(-2)$
5. 函数 $f(x) = x - \sqrt{2x-1}$ ，则
 A. 函数的最小值是 0，无最大值 B. 函数的最大值是 1，无最小值
 C. 函数的最小值是 0，最大值为 1 D. 函数无最大值，也无最小值



6. 已知 $f(x)$ 是 R 上的奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = -x^2 + x$, 则当 $x < 0$ 时, $f(x) =$

A. $-x^2 + x$

B. $-x^2 - x$

C. $x^2 - x$

D. $x^2 + x$

7. 设 $a = 0.6^{\frac{1}{2}}$, $b = 0.6^{\frac{1}{3}}$, $c = \log_2 0.6$, 则 a, b, c 之间的大小关系是

A. $a > b > c$

B. $b > a > c$

C. $c > a > b$

D. $b > c > a$

8. 若函数 $g(x) = f(x) + x^3$ 是偶函数且 $f(-1) = 2$, 则 $f(1) =$

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

9. 函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 2x - 2$ 的一个正数零点附近的函数值用二分法逐次计算,

参考数据如下表:

$f(1) = -2$ $f(1.5) = 0.625$

$f(1.25) = -0.984$ $f(1.375) = -0.260$

$f(1.438) = 0.165$ $f(1.4065) = -0.052$

那么方程 $x^3 + x^2 - 2x - 2 = 0$ 的一个近似根 (精确度 0.1) 为

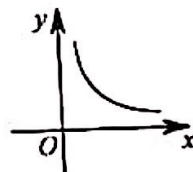
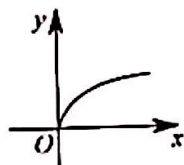
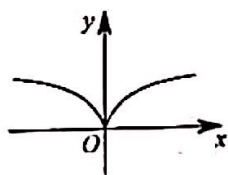
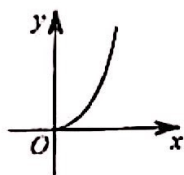
A. 1.2

B. 1.3

C. 1.4

D. 1.5

10. 幂函数 $f(x) = x^a$ ($a \in R$) 的图象过点 $(8, 4)$, 则幂函数 $f(x)$ 的大致图象是



A.

B.

11. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度

满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为 m_1 的星的亮度为 E_1 , 星等为 m_2 的星的亮

度为 E_2 . 已知太阳的星等是 -26.7 , 小熊座 λ 星的星等是 6.55 , 则太阳与小熊座 λ 星的亮度的比值为

A. 13.3

B. $10^{13.3}$

C. $\ln 13.3$

D. $\lg 13.3$

12. 已知函数 $f(x) = |\lg(x-1)| - a^x$ ($0 < a < 1$) 有两个零点 x_1, x_2 , 则有

A. $x_1 x_2 < 1$

B. $x_1 x_2 < x_1 + x_2$

C. $x_1 x_2 = x_1 + x_2$

D. $x_1 x_2 > x_1 + x_2$



二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填写在答题卡相应位置上。

13. 已知集合 $A = \{x \mid 2x + a > 0\}$ ，且 $1 \notin A$ ，则实数 a 的取值范围是_____。

14. 计算 $2^{\log_{\sqrt{2}} 4} =$ _____。

15. 函数 $y = 2^{\sqrt{-x^2 + x + 2}}$ 的增区间是_____。

16. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2 + ax + 7}{x + 1} (a \in \mathbb{R})$ 。若对于任意的 $x \in (0, +\infty)$ ， $f(x) \geq 3$ 恒成立，则 a 的取值范围是_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x \mid \log_3 x > 1\}$ ，全集为 \mathbb{R} 。

(I) 求 $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B)$ ；

(II) 已知集合 $M = \{x \mid 1 < x < a\}$ ，若 $M \cap A = M$ ， $M \neq \emptyset$ ，求实数 a 的取值范围。

18. (本小题满分 12 分)

已知二次函数 $f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称，且 $f(0) = 0$ ，且 $f(x)$ 的最大值为 1。

(I) 求 $f(x)$ 的解析式；

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, a] (a > 0)$ 上的最大值。

19. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{2^x}{4^x + a}$ 在 \mathbb{R} 上总有 $f(-x) = f(x)$ 成立。

(I) 求 a 的值；

(II) 求 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的值域。



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + 2ax + 1 (a \in R)$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) > 4$;

(II) 若方程 $f(x) = 0$ 有两个不相等实根 x_1, x_2 , 且 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} < 4$, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2mx - \frac{1}{2}, & x \in (0, 1) \\ x + \frac{m}{x}, & x \in [1, +\infty) \end{cases} (m \in R)$.

(I) 当 $m = 2$ 时, 判断 $f(x)$ 的零点个数并说明理由;

(II) 若 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上为增函数, 求实数 m 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_a(x^2 - a^2) (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$.

(I) 当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(3) < f(x-3)$;

(II) 关于 x 的方程 $f(2^x) = \log_a(2^x - at)$ 有解, 求实数 t 的取值范围.

