

重庆八中 2022-2023 学年度高一（上）第一次月考

数学试题

命题：张新、朱俊 审题：张新 校对：朱俊

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, 7\}$, 则 $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = (\quad)$

- A. $\{4, 8\}$ B. $\{2, 4, 6, 8\}$ C. $\{1, 3, 5, 7\}$ D. $\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

2. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $x_0^2 > x_0 - 1$ ”的否定是 ()

- A. $\exists x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $x_0^2 \leq x_0 - 1$ B. $\exists x_0 \in \mathbb{R}$, 使得 $x_0^2 < x_0 - 1$
C. $\forall x \in \mathbb{R}$, 都有 $x^2 \leq x - 1$ D. $\forall x \in \mathbb{R}$, 都有 $x^2 > x - 1$

3. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a > 2$ ”是“ $\frac{2}{a} < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 5, & x < 2 \end{cases}$, 则 $f(f(1)) = (\quad)$

- A. 0 B. 2 C. 4 D. 8

5. 下列各组函数中，表示同一函数的是 ()

- A. $y = x - 1, y = \frac{x^2}{x} - 1$ B. $y = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}, y = x^2 - 1$
C. $y = x, y = \sqrt{x^2}$ D. $y = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}, y = \sqrt{x^2 - 1}$

6. 函数 $f(x) = x^2 - 4x - 6$ 的定义域为 $[0, m]$, 值域为 $[-10, -6]$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $[0, 4]$ B. $[4, 6]$ C. $[2, 6]$ D. $[2, 4]$

7. 若对任意的 $x \in (-\infty, 0)$, $x^2 - mx + 1 > 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $(-2, 2)$ B. $(2, +\infty)$ C. $(-2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2]$

8. 若集合 A 满足 $x \in A$, 必有 $\frac{1}{x} \in A$, 则称集合 A 为自倒关系集合. 在集合

$M = \left\{ -1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1, 2, 3, 4 \right\}$ 的所有非空子集中, 具有自倒关系的集合的个数为 ()

- A. 7 B. 8 C. 16 D. 15

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 下列命题为真命题的是 ()

A. 若 $a > b, c > d$, 则 $a + c > b + d$

B. 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$

C. 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则 $ab < b^2$

D. 若 $a < b < 0, c < 0$, 则 $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

10. 下列函数中, 值域为 $[1, +\infty)$ 的是 ()

A. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

B. $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

C. $f(x) = x + 1 - \sqrt{2x-1}$

D. $f(x) = x^3 + 1$

11. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 的解集为 $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 4\}$, 则下列说法正确的是 ()

A. $a > 0$

B. 不等式 $bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | x < -4\}$

C. 不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid x < -\frac{1}{4} \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\right\}$

D. $a + b + c > 0$

12. 下列命题正确的是 ()

A. 若 $a > b > 0, m > 0$, 则 $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$;

B. 若正数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$;

C. 若 $x > 0$, 则 $2 - 3x - \frac{4}{x}$ 的最大值是 $2 - 4\sqrt{3}$;

D. 若 $x = (x-2)y, x > 0, y > 0$, 则 $x + 2y$ 的最小值是 9;

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置.

13. 已知函数 $f(x+1) = x^2 + 3x - 2$, 则 $f(2) =$ _____.

14. 不等式 $\frac{-x^2 + 5x + 6}{x-1} \geq 0$ 的解集是 _____.

15. 若集合 $A = \{1, 3, x\}, B = \{x^2, 1\}$, 且 $A \cup B = \{1, 3, x\}$, 则 $x =$ _____.

16. 已知正实数 a, b 满足 $2a + b = 2$, 则 ab 的最大值为 _____; $a^2 + ab + a + b - \frac{2}{ab}$ 的最大值为 _____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 5 分)

已知集合 $A = \{x | -4 \leq x \leq 2\}, B = \{x | x^2 + 3x - 4 > 0\}, C = \{x | m - 2 < x < m + 2\}$.

(1) 求 $A \cap B, A \cup B$;

(2) 若 $x \in C$ 是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

设集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + (a-1)x + a^2 - 5 = 0\}$.

- (1) 若 $A \cap B = \{2\}$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 a 的取值范围.

19. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

已知 $m > 0$, $n > 0$, 关于 x 的不等式 $x^2 - mx - 20 < 0$ 的解集为 $\{x | -2 < x < n\}$.

- (1) 求 m, n 的值;
- (2) 正实数 a, b 满足 $na + mb = 2$, 求 $\frac{1}{5a} + \frac{1}{b}$ 的最小值.

20. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

为了进一步增加市场竞争力, 华为公司计划在 2023 年利用新技术生产某款新手机, 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本 250 万, 每生产 x (千部) 手机, 需另

投入成本 $R(x)$ 万元, 且 $R(x) = \begin{cases} 10x^2 + 100x, & 0 < x < 40 \\ 701x + \frac{10000}{x} - 9450, & x \geq 40 \end{cases}$, 有市场调研知, 每部手机

售价 0.7 万元, 且全年内生产的手机当年能全部售完.

- (1) 求出 2023 年的利润 $W(x)$ (万元) 关于年产量 x (千部) 的函数解析式 (利润=销售额-成本);
- (2) 2023 年产量为多少 (千部) 时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?

21. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

已知二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) - f(x) = 2x - 2$, 且 $f(1) = 0$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $x \in [1, 4]$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象恒在 $y = kx^2$ 图象的上方, 求实数 k 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 3 分, 第 (2) 问 4 分, 第 (3) 5 分)

已知函数 $f(x) = (m+1)x^2 - mx + m - 1$ ($m \in \mathbf{R}$).

(1) 若不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 \emptyset , 求 m 的取值范围;

(2) 当 $m > -2$ 时, 解不等式 $f(x) \geq m$;

(3) 若不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集为 D , 若 $[-1, 1] \subseteq D$, 求 m 的取值范围.