

重庆八中 2022-2023 学年度高一（上）第一次月考

数 学 试 题

命题：张新、朱俊 审题：张新 校对：朱俊

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 若全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{5, 6, 7\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = ( \quad )$

- A.  $\{4, 8\}$                       B.  $\{2, 4, 6, 8\}$                       C.  $\{1, 3, 5, 7\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$

2. 命题“ $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $x_0^2 > x_0 - 1$ ”的否定是 (      )

- A.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $x_0^2 \leq x_0 - 1$                       B.  $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ , 使得  $x_0^2 < x_0 - 1$   
C.  $\forall x \in \mathbb{R}$ , 都有  $x^2 \leq x - 1$                       D.  $\forall x \in \mathbb{R}$ , 都有  $x^2 > x - 1$

3. 已知  $a \in \mathbb{R}$ , 则“ $a > 2$ ”是“ $\frac{2}{a} < 1$ ”的 (      )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

4. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 2 \\ x^2 - 2x + 5, & x < 2 \end{cases}$ , 则  $f(f(1)) = ( \quad )$

- A. 0                      B. 2                      C. 4                      D. 8

5. 下列各组函数中，表示同一函数的是 (      )

- A.  $y = x - 1, y = \frac{x^2}{x} - 1$                       B.  $y = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}, y = x^2 - 1$   
C.  $y = x, y = \sqrt{x^2}$                       D.  $y = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}, y = \sqrt{x^2 - 1}$

6. 函数  $f(x) = x^2 - 4x - 6$  的定义域为  $[0, m]$ , 值域为  $[-10, -6]$ , 则  $m$  的取值范围是 (      )

- A.  $[0, 4]$                       B.  $[4, 6]$                       C.  $[2, 6]$                       D.  $[2, 4]$

7. 若对任意的  $x \in (-\infty, 0)$ ,  $x^2 - mx + 1 > 0$  恒成立, 则  $m$  的取值范围是 (      )

- A.  $(-2, 2)$                       B.  $(2, +\infty)$                       C.  $(-2, +\infty)$                       D.  $(-\infty, -2]$

8. 若集合  $A$  满足  $x \in A$ , 必有  $\frac{1}{x} \in A$ , 则称集合  $A$  为自倒关系集合. 在集合

$M = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, 1, 2, 3, 4\right\}$  的所有非空子集中, 具有自倒关系的集合的个数为 (      )

- A. 7                      B. 8                      C. 16                      D. 15

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9. 下列命题为真命题的是 ( )

A. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 则  $a + c > b + d$

B. 若  $a > b$ ,  $c > d$ , 则  $ac > bd$

C. 若  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ , 则  $ab < b^2$

D. 若  $a < b < 0$ ,  $c < 0$ , 则  $\frac{c}{a} < \frac{c}{b}$

10. 下列函数中, 值域为  $[1, +\infty)$  的是 ( )

A.  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

B.  $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

C.  $f(x) = x + 1 - \sqrt{2x-1}$

D.  $f(x) = x^3 + 1$

11. 已知关于  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c \geq 0$  的解集为  $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 4\}$ , 则下列说法正确的是 ( )

A.  $a > 0$

B. 不等式  $bx + c > 0$  的解集为  $\{x | x < -4\}$

C. 不等式  $cx^2 - bx + a < 0$  的解集为  $\left\{x \left| x < -\frac{1}{4} \text{ 或 } x > \frac{1}{3} \right.\right\}$

D.  $a + b + c > 0$

12. 下列命题正确的是 ( )

A. 若  $a > b > 0$ ,  $m > 0$ , 则  $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$ ;

B. 若正数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 则  $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} \geq \frac{4}{3}$ ;

C. 若  $x > 0$ , 则  $2 - 3x - \frac{4}{x}$  的最大值是  $2 - 4\sqrt{3}$ ;

D. 若  $x = (x-2)y$ ,  $x > 0$ ,  $y > 0$ , 则  $x + 2y$  的最小值是 9;

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应位置.

13. 已知函数  $f(x+1) = x^2 + 3x - 2$ , 则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_.

14. 不等式  $\frac{-x^2 + 5x + 6}{x-1} \geq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.

15. 若集合  $A = \{1, 3, x\}$ ,  $B = \{x^2, 1\}$ , 且  $A \cup B = \{1, 3, x\}$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知正实数  $a, b$  满足  $2a + b = 2$ , 则  $ab$  的最大值为\_\_\_\_\_;  $a^2 + ab + a + b - \frac{2}{ab}$  的最大值为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 5 分)

已知集合  $A = \{x | -4 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 3x - 4 > 0\}$ ,  $C = \{x | m - 2 < x < m + 2\}$ .

(1) 求  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ;

(2) 若  $x \in C$  是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

18. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

设集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 + (a-1)x + a^2 - 5 = 0\}$ .

- (1) 若  $A \cap B = \{2\}$ , 求实数  $a$  的值;
- (2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

已知  $m > 0$ ,  $n > 0$ , 关于  $x$  的不等式  $x^2 - mx - 20 < 0$  的解集为  $\{x | -2 < x < n\}$ .

- (1) 求  $m, n$  的值;
- (2) 正实数  $a, b$  满足  $na + mb = 2$ , 求  $\frac{1}{5a} + \frac{1}{b}$  的最小值.

20. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

为了进一步增加市场竞争力, 华为公司计划在 2023 年利用新技术生产某款新手机, 通过市场分析, 生产此款手机全年需投入固定成本 250 万, 每生产  $x$  (千部) 手机, 需另

投入成本  $R(x)$  万元, 且  $R(x) = \begin{cases} 10x^2 + 100x, & 0 < x < 40 \\ 701x + \frac{10000}{x} - 9450, & x \geq 40 \end{cases}$ , 有市场调研知, 每部手机

售价 0.7 万元, 且全年内生产的手机当年能全部售完.

- (1) 求出 2023 年的利润  $W(x)$  (万元) 关于年产量  $x$  (千部) 的函数解析式 (利润 = 销售额 - 成本);
- (2) 2023 年产量为多少 (千部) 时, 企业所获利润最大? 最大利润是多少?

21. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 5 分, 第 (2) 问 7 分)

已知二次函数  $f(x)$  满足  $f(x+1) - f(x) = 2x - 2$ , 且  $f(1) = 0$ .

(1) 求  $f(x)$  的解析式;

(2) 若  $x \in [1, 4]$  时, 函数  $f(x)$  的图象恒在  $y = kx^2$  图象的上方, 求实数  $k$  的取值范围.

22. (本小题满分 12 分, 其中第 (1) 问 3 分, 第 (2) 问 4 分, 第 (3) 5 分)

已知函数  $f(x) = (m+1)x^2 - mx + m - 1$  ( $m \in \mathbb{R}$ ).

(1) 若不等式  $f(x) < 0$  的解集为  $\emptyset$ , 求  $m$  的取值范围;

(2) 当  $m > -2$  时, 解不等式  $f(x) \geq m$ ;

(3) 若不等式  $f(x) \geq 0$  的解集为  $D$ , 若  $[-1, 1] \subseteq D$ , 求  $m$  的取值范围.