

# 重庆八中 2022-2023 学年度（上）高一年级第二次月考 数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	D	A	B	C	A	C	AC	ACD	ACD	BCD

题号	13	14	15	16
答案	$[-2, 2)$	6	$(-\infty, 2]$	$(-\infty, 0) \cup (4, \frac{9}{2})$

【解答 1】解： $\because A = \{x | 0 < x < 3\}$ ， $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$ ， $\therefore A \cap B = [1, 3)$ ，故选：B。

【解答 2】解：因为命题“ $\exists x > 0$ ， $e^x + x^2 - 2 < 0$ ”为特称命题，其否定为全称命题，即为：“ $\forall x > 0$ ， $e^x + x^2 - 2 \geq 0$ ”，故选：C。

【解答 3】解： $\because$ 第一次所取的区间是 $[-2, 6]$ ， $\therefore$ 第二次所取的区间可能为 $[-2, 2]$ ， $[2, 6]$ ，故选：D。

【解答 4】解：令 $t = x^2 - 6x + 8 > 0$ ，求得 $x < 2$ 或 $x > 4$ ，故函数的定义域为 $\{x | x < 2$ ，或 $x > 4\}$ ，故本题即求函数 $t$ 在定义域内的减区间。再利用二次函数的性质可得函数 $t$ 在定义域内的减区间为 $(-\infty, 2)$ ，故选：A。

【解答 5】解： $\because 0.2^{-0.3} > 0.2^0 = 1$ ， $\therefore a > 1$ ， $\because 0 = \log_{0.2} 1 < \log_{0.2} 0.3 < \log_{0.2} 0.2 = 1$ ， $\therefore 0 < b < 1$ ， $\therefore \log_{0.2} 3 < \log_{0.2} 1 = 0$ ， $\therefore c < 0$ ， $\therefore a > b > c$ 。故选：B。

【解答 6】解：函数的定义域为 $R$ ，且 $f(-x) = [(-x)^2 - 1] \cdot 2^{|-x|} = (x^2 - 1) \cdot 2^{|x|} = f(x)$ ，则 $f(x)$ 为偶函数，排除选项B；当 $x = 0$ 时， $f(0) = -1 < 0$ ，排除选项D；当 $x \rightarrow +\infty$ 时， $x^2 - 1 > 0$ ， $2^{|x|} > 0$ ， $f(x) > 0$ ，排除选项A。故选：C。

【解答 7】解：由表， $12 \times 13 = 156$ ， $156 \div 16$ 商是9余数是12，故 $C \times D = 9C$ ，故选A。

【解答 8】记 $f(x) = (4x^2 + m - \frac{1}{2})(3x + n - 1)$ ，若 $n > \frac{1}{4}$ ，则 $\frac{1}{4} \in (m, n)$ ，于是 $f(\frac{1}{4}) = (m - \frac{1}{4})(n - \frac{1}{4}) < 0$ ，与题意矛盾，所以 $n \leq \frac{1}{4}$ ，此时 $3x + n - 1 < 4n - 1 \leq 0$ ，那么 $4x^2 + m - \frac{1}{2} \leq 0$ 恒成立。代入 $m$ ，知 $4m^2 + m - \frac{1}{2} \leq 0$ ，解得 $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{4}$ ，所以 $-\frac{1}{2} \leq m < n \leq \frac{1}{4}$ ，于是 $n - m \leq \frac{1}{4} - (-\frac{1}{2}) = \frac{3}{4}$ 。  
当 $m = -\frac{1}{2}, n = \frac{1}{4}$ 时， $f(x) = (4x^2 - 1)(3x - \frac{3}{4}) = 12(x - \frac{1}{2})(x - \frac{1}{4})(x + \frac{1}{2}) \geq 0$ 对 $\forall x \in (-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ 恒成立，满足题意。综上， $n - m$ 的最大值为 $\frac{3}{4}$ 。故选C。

【解答 9】对A：因为 $ab > 0$ ，所以 $\frac{a}{b} > 0, \frac{b}{a} > 0$ ，故 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}} = 2$ ，

当且仅当 $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$ 时，即 $a = b$ 时取等号，故A正确，

对B：若 $a = 3, b = 2, c = 0$ 时，满足 $a > b$ ，但 $ac = bc = 0$ ，故B错误，

对  $C$  : 若  $|a| > |b|$ , 当  $b=0$  时, 显然  $a^2 > b^2$ ,

当  $b \neq 0$  时,  $|a| > |b| > 0$ , 故  $a^2 > b^2$ , 综上所述, 定有  $a^2 > b^2$ , 故  $C$  正确,

对  $D$  : 当  $a=2$ ,  $b=-2$  时, 满足  $a > b$ , 但  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 故  $D$  错误, 故选:  $AC$ .

【解答 10】  $2^{x_1} \cdot 2^{x_2} = 2^{x_1+x_2}$ , 所以  $A$  成立,

$2^{x_1} + 2^{x_2} \neq 2^{x_1 \cdot x_2}$ , 所以  $B$  不成立,

函数  $f(x) = 2^x$ , 在  $R$  上是单调递增函数, 若  $x_1 > x_2$  则  $f(x_1) > f(x_2)$ ,

则  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ , 若  $x_1 < x_2$  则  $f(x_1) < f(x_2)$ , 则  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ , 故  $C$  正确

$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$  说明函数是凹函数, 而函数  $f(x) = 2^x$  是凹函数, 故  $D$  正确

故选:  $ACD$ .

【解答 11】 因为正实数  $x, y$ , 满足  $x+2y=2$ , 所以  $x=2-2y > 0$ , 所以  $0 < y < 1$ ,

$A$  正确, 由基本不等式可得  $2 = x+2y \geq 2\sqrt{2xy}$ , 当且仅当  $x=2y$  时取等号,

解得  $xy \leq \frac{1}{2}$ , 于是  $\log_2 x + \log_2 y = \log_2(xy) \leq -1$ ,  $B$  错误;

$x^2 + y^2 = (2-2y)^2 + y^2 = 5y^2 - 8y + 4 = 5\left(y - \frac{4}{5}\right)^2 + \frac{4}{5} \geq \frac{4}{5}$ ,  $C$  正确;

$2^x + 4^y \geq 2\sqrt{2^x \cdot 4^y} = 2\sqrt{2^{x+2y}} = 4$ , 当且仅当  $x=2y=1$  时取等号,  $D$  正确. 故选:  $ACD$ .

【解答 12】 令  $y=0$ , 有  $2f(x) = 2f(x)f(0)$ , 则  $f(x)=0$  或  $f(0)=1$ , 知  $A$  错误;

(1) 若  $f(x)=0$ , 则  $BCD$  均正确.

(2) 若  $f(x)$  不恒等于 0, 令  $x=0$ , 可得  $f(y) + f(-y) = 2f(0)f(y) = 2f(y)$ , 即有  $f(-y) = f(y)$ , 即有  $f(-x) = f(x)$ , 所以  $f(x)$  为偶函数, 知  $B$  正确;

令  $x = \frac{1}{2}$ , 得  $f\left(\frac{1}{2} + y\right) + f\left(\frac{1}{2} - y\right) = 2f\left(\frac{1}{2}\right)f(y) = 0$ , 知  $f\left(\frac{1}{2} + x\right) + f\left(\frac{1}{2} - x\right) = 0$ ,

即  $f(x)$  关于  $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$  中心对称, 知  $C$  正确;

令  $y = \frac{1}{2}$ , 有  $f\left(x + \frac{1}{2}\right) = -f\left(x - \frac{1}{2}\right)$ , 推出  $f(x+1) = -f(x)$ , 进而  $f(x+2) = f(x)$ ,

因此  $f(1) + f(2) + \cdots + f(2022) = [f(0) + f(1)] \cdot 1011 = 0 \cdot 1011 = 0$ , 知  $D$  正确.

综上, 选:  $BCD$ .

【解答 13】 解: 由题意得  $\begin{cases} 4-x^2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$ , 解得  $-2 \leq x \leq 2$  且  $x \neq 2$ . 故答案为:  $\{x | -2 \leq x < 2\}$ .

【解答 14】 解: 因为  $a - \frac{1}{a} = 2$ , 所以两边平方得,  $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4$ , 即  $a^2 + \frac{1}{a^2} - 2 = 4$ ,

则  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 6$ . 故答案为: 6.

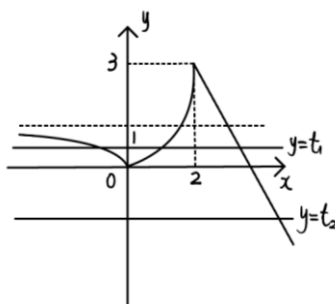
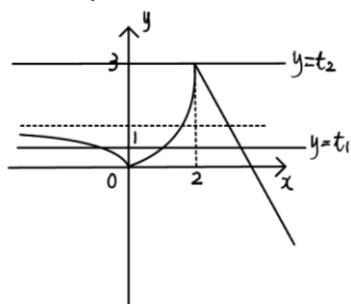
【解答 15】 解: 因为函数  $f(x) = e^{|x-a|}$  ( $a$  为常数). 若  $f(x)$  在区间  $[2, +\infty)$  上是增函数, 由复合函数的单调性知, 必有  $t = |x-a|$  在区间  $[2, +\infty)$  上是增函数, 又  $t = |x-a|$  在区间  $[a, +\infty)$  上是增函数, 所以  $[2, +\infty) \subseteq [a, +\infty)$ , 故有  $a \leq 2$ . 故答案为  $(-\infty, 2]$ .

【解答 16】解：令  $t = f(x)$ ,  $h(t) = t^2 - mt + m$ ，则关于  $t$  的方程  $t^2 - mt + m = 0$  有两个解  $t_1, t_2$ ，直线  $y = t_1, y = t_2$  与  $y = f(x)$  共有 4 个交点，由  $y = f(x)$  图象知，有两种情形：

① 直线  $y = t_1, y = t_2$  与  $y = f(x)$  的交点个数分别为 3 和 1 时， $t_1 \in (0, 1), t_2 \in (-\infty, 0) \cup \{3\}$ 。

当  $t_2 = 3$  时， $h(3) = 9 - 2m = 0 \Rightarrow m = \frac{9}{2}$ ，此时  $t_1 = \frac{3}{2} \notin (0, 1)$ ，不合题意；

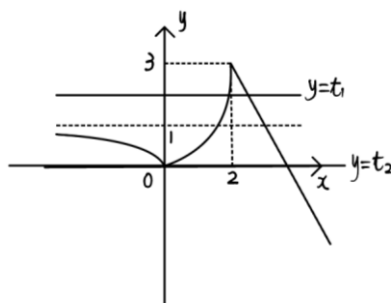
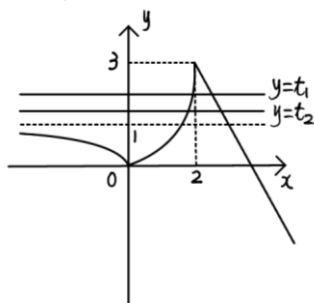
当  $t_2 \in (-\infty, 0)$  时，
$$\begin{cases} h(0) = m < 0 \\ h(1) = 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow m < 0.$$



② 直线  $y = t_1, y = t_2$  与  $y = f(x)$  的交点个数均为 2 时， $t_1 \in [1, 3), t_2 \in \{0\} \cup [1, 3)$ 。

当  $t_2 = 0$  时， $h(0) = m = 0$ ，此时  $t_1 = 0 \notin [1, 3)$ ，不合题意；

当  $t_2 \in [1, 3)$  时，
$$\begin{cases} \Delta = m^2 - 4m > 0 \\ x = \frac{m}{2} \in [1, 3) \\ h(1) = 1 \geq 0 \\ h(3) = 9 - 2m > 0 \end{cases} \Rightarrow 4 < m < \frac{9}{2}.$$



综上， $m \in (-\infty, 0) \cup \left(4, \frac{9}{2}\right)$ 。

【解答 17】解：(1) 当  $a = 5$  时， $A = \{x | x^2 - 5x + 4 \leq 0\}$ ，解得  $1 \leq x \leq 4$ ，即  $A = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$ 。

(2) 因为  $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ，解得  $B = \{2, 3\}$ ，因为  $A \cup B = A$ ，所以  $B \subset A$ ，

则满足 
$$\begin{cases} 4 - 2a + a - 1 \leq 0 \\ 9 - 3a + a - 1 \leq 0 \end{cases}$$
，解得  $a \in [4, +\infty)$ 。

【解答 18】解：（1）因为  $f(x) = (a^2 - 3a + 3)x^a$  为幂函数，所以  $a^2 - 3a + 3 = 1$ ，解得  $a = 2$  或  $a = 1$ ，因为  $f(x)$  为偶函数，所以  $a = 2$ ，故  $f(x)$  的解析式  $f(x) = x^2$ 。

（2）由（1）知  $g(x) = x^2 + (2m-1)x - 3$ ，对称轴为  $x = \frac{1-2m}{2}$ ，开口向上，

当  $\frac{1-2m}{2} \leq 1$ ，即  $m \geq -\frac{1}{2}$  时， $g(x)_{\max} = g(3) = 3 + 6m = 2$ ，即  $m = -\frac{1}{6}$ ；

当  $\frac{1-2m}{2} > 1$ ，即  $m < -\frac{1}{2}$  时， $g(x)_{\max} = g(-1) = -1 - 2m = 2$ ，即  $m = -\frac{3}{2}$ ；

综上所述： $m = -\frac{1}{6}$  或  $m = -\frac{3}{2}$ 。

【解答 19】解：（1）对  $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$  且  $x_1 > x_2$ ，则  $g(x_1) - g(x_2) = (x_1 - x_2) + \ln \frac{x_1}{x_2}$ ，

因为  $x_1 > x_2 > 0$ ，所以  $x_1 - x_2 > 0$ ， $\frac{x_1}{x_2} > 1$ ，即  $\ln \frac{x_1}{x_2} > 0$ ，故  $g(x_1) - g(x_2) > 0$ 。

综上， $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调递增。

（2）不等式  $x^2 - x - 2 < \ln(x+2) - 2\ln x$  等价于  $x^2 + \ln x^2 < \ln(x+2) + (x+2)$ ，

即  $g(x^2) < g(x+2)$ ，由  $g(x)$  在  $(0, +\infty)$  单调递增，知  $\begin{cases} x^2 < x+2 \\ x > 0 \end{cases}$ ，解得  $x \in (0, 2)$ 。

【解答 20】解：（1）由题意可知  $\theta_1 = 85$ ， $\theta_0 = 5$ ，当  $t = 10$  时， $\theta = 45$ ，于是

$45 = 5 + (85 - 5)e^{-10k}$ ，整理得  $e^{-10k} = \frac{1}{2}$ ，所以  $-10k = \ln \frac{1}{2}$ ，所以  $k = -\frac{\ln \frac{1}{2}}{10} = \frac{\ln 2}{10}$ 。

（2）由（1）知  $\theta = 5 + 80e^{-\frac{\ln 2}{10}t}$ ，因为  $\theta = 30$ ，所以  $80e^{-\frac{\ln 2}{10}t} = 25$ ，所以  $e^{-\frac{\ln 2}{10}t} = \frac{5}{16}$ ，

所以  $-\frac{\ln 2}{10}t = \ln \frac{5}{16}$ ，所以  $t = -\frac{10}{\ln 2} \times \ln \frac{5}{16} = -\frac{10(\ln 5 - 4\ln 2)}{\ln 2} = -10(\log_2 5 - 4) \approx 16.8$ ，

所以，该物体的温度由  $85^\circ\text{C}$  降到  $30^\circ\text{C}$ ，需要  $16.8\text{min}$ 。

【解答 21】解：（1）代入即得  $2^{1+x} - \frac{a}{2^{1+x}} + 2^{1-x} - \frac{a}{2^{1-x}} = 0$ ，

则  $2^x \left(2 - \frac{a}{2}\right) + 2^{-x} \left(2 - \frac{a}{2}\right) = 0$ ，于是  $2 - \frac{a}{2} = 0$ ，即  $a = 4$ 。

（2）整理  $h(x) = f(x) + (x-1)^3 + 1$ ，考虑  $h(1+x) + h(1-x)$ ，

计算得  $h(1+x) + h(1-x) = \left(f(1+x) + [(1+x)-1]^3 + 1\right) + \left(f(1-x) + [(1-x)-1]^3 + 1\right)$

$= f(1+x) + f(1-x) + (x^3 + 1) + (-x^3 + 1) = 2$ ，即  $[h(1+x) - 1] + [h(1-x) - 1] = 0$ ，

所以  $h(1+x) - 1$  是奇函数，即  $h(x)$  的图象关于点  $(1, 1)$  中心对称。

【解答 22】解：（1）对于③，等式两边加 1，得  $f(x+y)+1=[f(x)+1]\cdot[f(y)+1]$ ，  
令  $g(x)=f(x)+1$ ，即得  $g(x+y)=g(x)\cdot g(y)$ ，也有  $g(1)=f(1)+1=2$ ，  
当  $x>0$  时， $g(x)>1$ 。

令  $y=0$ ，有  $g(x)=g(x)\cdot g(0)$ ，知  $g(0)=1$ ，即  $f(1)=g(1)-1=0$ ；

令  $y=1$ ，有  $g(x+1)=g(x)g(1)=2g(x)$ ，所以  $g(2)=4, g(3)=8$ ，

即  $f(3)=g(3)-1=7$ 。

（2）由于  $f(x)=g(x)-1$ ，所以  $f(x)$  与  $g(x)$  的单调性相同，下面证明  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增：对任意  $x_0 \in \mathbf{R}$ ，有  $g(x_0)=g^2\left(\frac{x_0}{2}\right)>0$ （不可能等于 0），所以  $g(x)>0$ ；

对  $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$  且  $x_1 > x_2$ ，令  $x=x_2, y=x_1-x_2$ ，所以  $\frac{g(x_1)}{g(x_2)}=g(x_1-x_2)$ ，

由于  $x_1-x_2>0$ ，由当  $x>0$  时， $g(x)>1$ ，知  $\frac{g(x_1)}{g(x_2)}>1$ ，故  $g(x_1)>g(x_2)$ 。

综上， $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增。

（3）不等式  $f[f(x)] \geq \frac{7-f(x+1)}{1+f(x+1)}$  等价于  $f[f(x)] \geq \frac{8-g(x+1)}{g(x+1)} = \frac{8}{g(x+1)} - 1$ ，

等价于  $g[f(x)] \geq \frac{8}{g(x+1)}$ ，即  $g[f(x)] \cdot g(x+1) \geq 8$ ，等价于  $g[f(x)+x+1] \geq g(3)$ 。

由（2）知  $g(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增，所以  $f(x)+x+1 \geq 3$ 。

令  $h(x)=f(x)+x+1$ ，因为  $f(x)$  与  $x$  分别在  $\mathbf{R}$  上单调递增，所以  $h(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递增。

又  $h(1)=f(1)+1+1=3$ ，所以  $h(x) \geq h(1)$ ，即  $x \geq 1$ 。

综上，原不等式的解集为  $[1, +\infty)$ 。