

西南大学附属中学校高2024届开学定时训练

数学试题

(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

2022 年 9 月

注意事项:

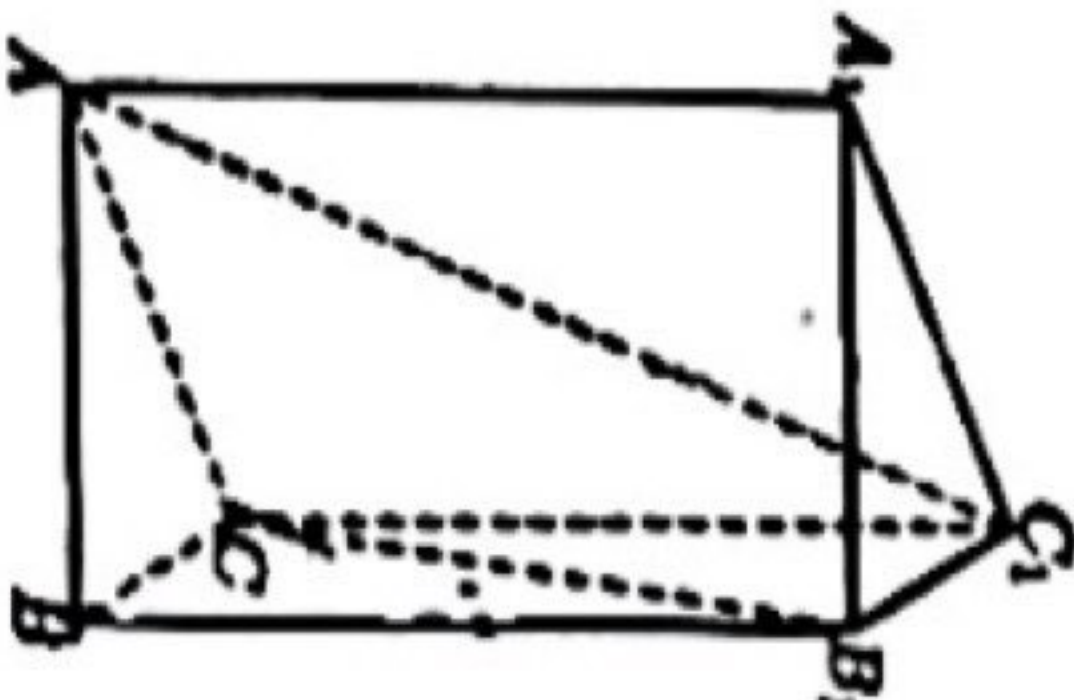
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 答题时, 必须使用 2B 铅笔填涂; 答题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写: 必须在题号对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写无效; 保持卷面整洁、完整。
3. 考试结束后, 将答题卡交回 (试题卷学生保存, 以备详讲)。

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 某城区为了了解中小学生的视力健康状况, 决定从城区的几所学校随机抽取一个样本进行调查, 已知这几所学校的小学生、初中生、高中生的人数之比为 5:6:7, 现用分层抽样的方法抽取一个样本容量为 n 的样本, 样本中初中生的人数比小学生的人数多 50, 则 $n =$ ()
A. 250 B. 300 C. 800 D. 900
2. 复数 $z = \frac{1+i}{1+2i}$ (i 为虚数单位) 的虚部为 ()
A. $-\frac{1}{5}i$ B. $\frac{1}{5}i$ C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $C = 45^\circ$, $b = 1$, $c = \sqrt{2}$, 则 B 为 ()
A. 30° 或 150° B. 30° C. 60° 或 120° D. 60°
4. 已知 m, n 为两条不同的直线, α, β 为两个不同的平面, 则下列说法正确的是 ()
A. 若 $m \parallel \alpha$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel \beta$ B. 若 $\alpha \perp \beta$, $m \subset \alpha$, 则 $m \perp \beta$
C. 若 $m \perp \alpha$, $\alpha \perp \beta$, 则 $m \parallel \beta$ D. 若 $m \perp \alpha$, $m \parallel n$, 则 $n \perp \alpha$
5. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}, \vec{c} \perp \vec{a}$, 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角等于 ()
A. 120° B. 60° C. 30° D. 90°

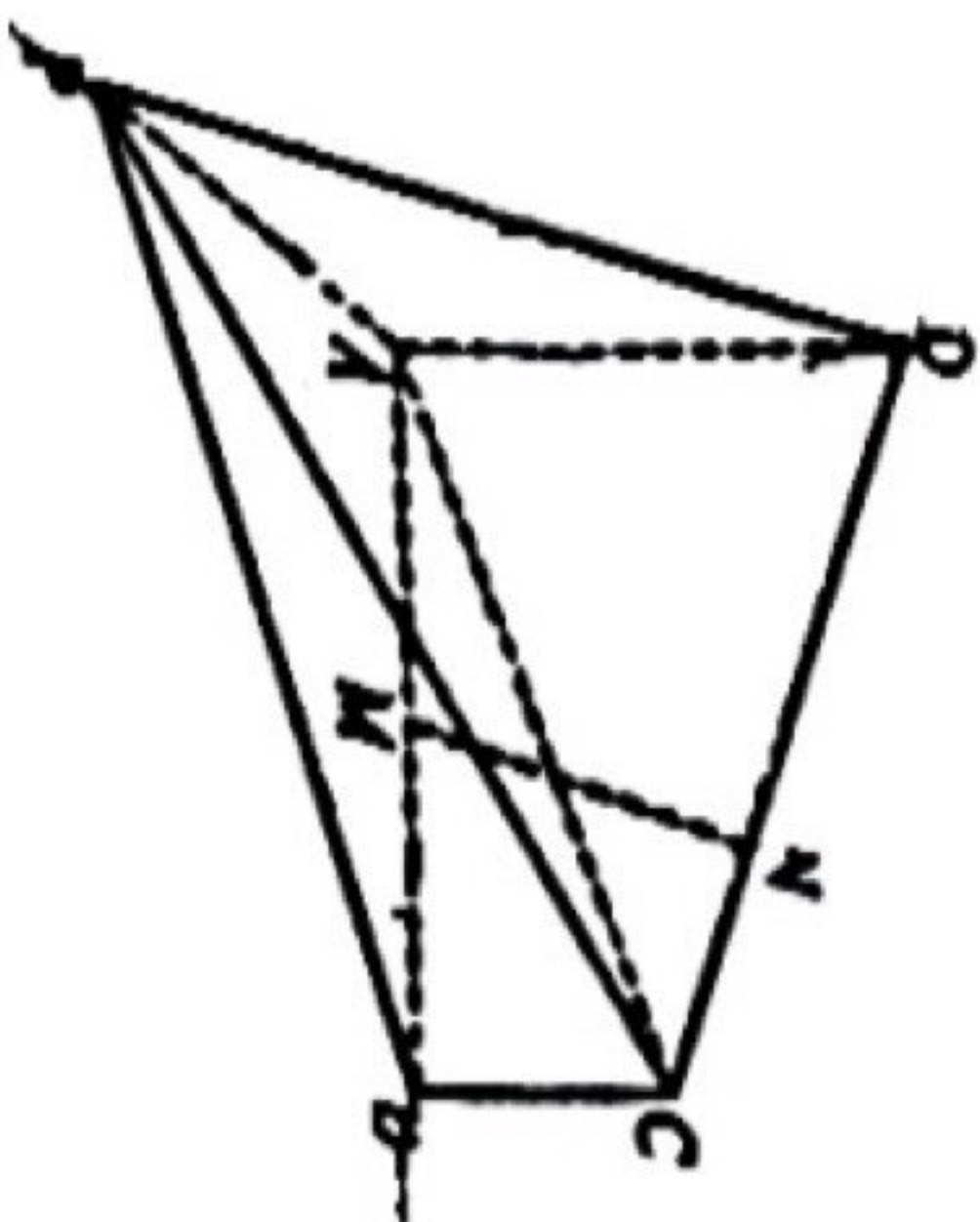
6. 在不超过 14 的质数 (质数是指在大于 1 的自然数中, 除了 1 和它本身以外不再有其他因数的自然数) 中随机选取两个不同的数, 其和等于 14 的概率为 ()
A. $\frac{1}{15}$ B. $\frac{1}{14}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = \sqrt{3}AB$, 则直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值为 ()



- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $\frac{5}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

8. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \perp$ 平面 PAB , $BC \parallel AD$, $AP \perp AB$, $AP = AD = 2$, $BC = 1$, $AB = 2\sqrt{2}$, M 为 AB 的中点, 过点 M 作 $MN \perp CD$, 垂足为 N . 则下列说法错误的是 ()



- A. 三棱锥 $P-ACD$ 外接球的表面积为 $\frac{113\pi}{8}$
- B. $BN \perp$ 平面 APN
- C. $DM \perp MC$
- D. 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $3\sqrt{2}$

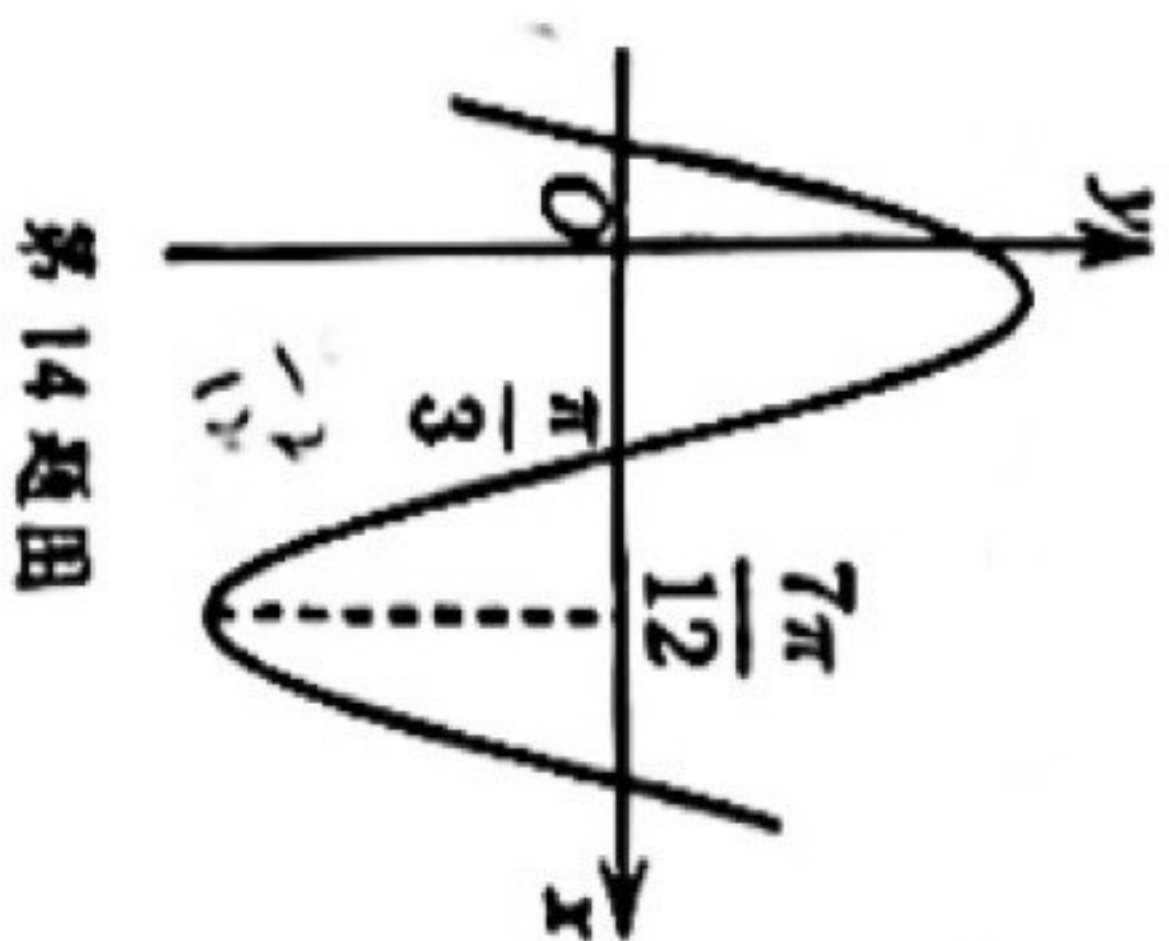
二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 复数 z 的共轭复数记为 \bar{z} , 则下列运算结果一定是实数的是 ()
A. $z + \bar{z}$ B. $z - \bar{z}$ C. $z \cdot \bar{z}$ D. $\frac{z}{\bar{z}}$
10. 某次数学考试的一道多项选择题, 要求是: “在每小题给出的四个选项中, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。” 已知此选择题的正确答案是 CD , 且甲、乙、丙、丁四位同学都不会做, 下列表述正确的是 ()
A. 甲同学仅随机选一个选项, 能得 2 分的概率是 $\frac{1}{2}$
B. 乙同学仅随机选两个选项, 能得 5 分的概率是 $\frac{1}{6}$
C. 丙同学随机至少选择一个选项, 能得分的概率是 $\frac{1}{5}$
D. 丁同学随机至少选择两个选项, 能得分的概率是 $\frac{1}{10}$

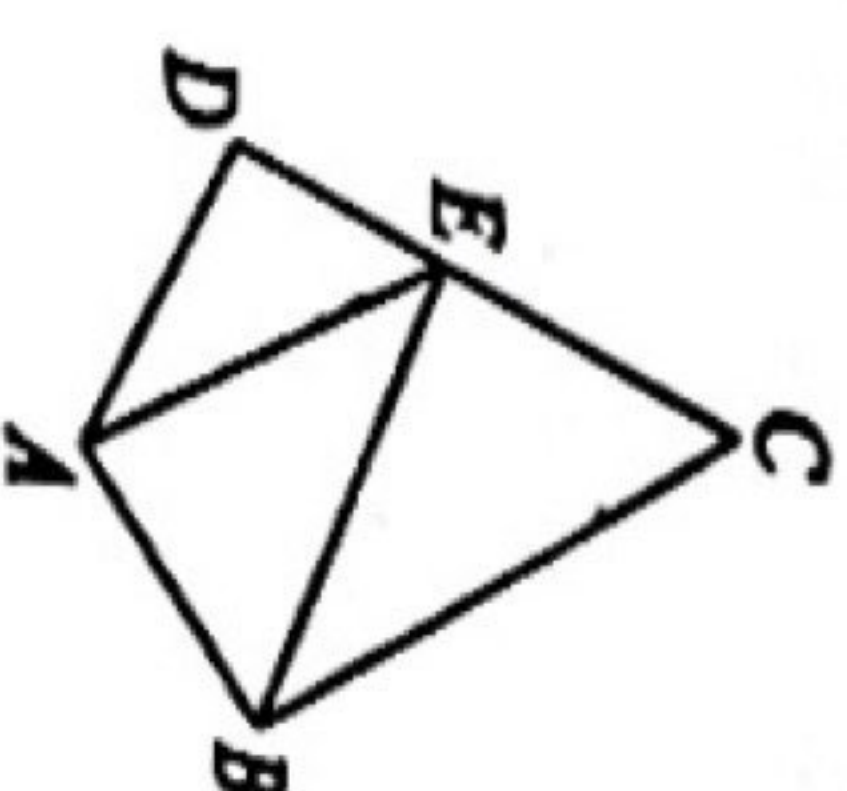
11. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$, E, F 分别为 CD, BC 的中点, 则 ()
- A. $2\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$
 B. $2\overrightarrow{EF} = -\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AC}$
 C. \overrightarrow{AD} 在 \overrightarrow{AB} 方向上的投影向量的模为 2
 D. $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AF} = 26$
12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 在线段 B_1C_1 上运动, 下列说法正确的是 ()
- A. 平面 $PAC \perp$ 平面 AB_1D_1
 B. $DP \parallel$ 平面 AB_1D
 C. 异面直线 DP 与 AD_1 所成角的取值范围是 $(0, \frac{\pi}{3}]$
 D. 三棱锥 D_1-APB_1 的体积不变

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 小红同学统计了她妈妈最近 6 次的手机通话时间 (单位: 分钟), 得到的数据分别为 12, 5, 7, 11, 15, 30, 则这组数据的 60% 分位数是 _____.
14. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示. 则 $f(\varphi) =$ _____.



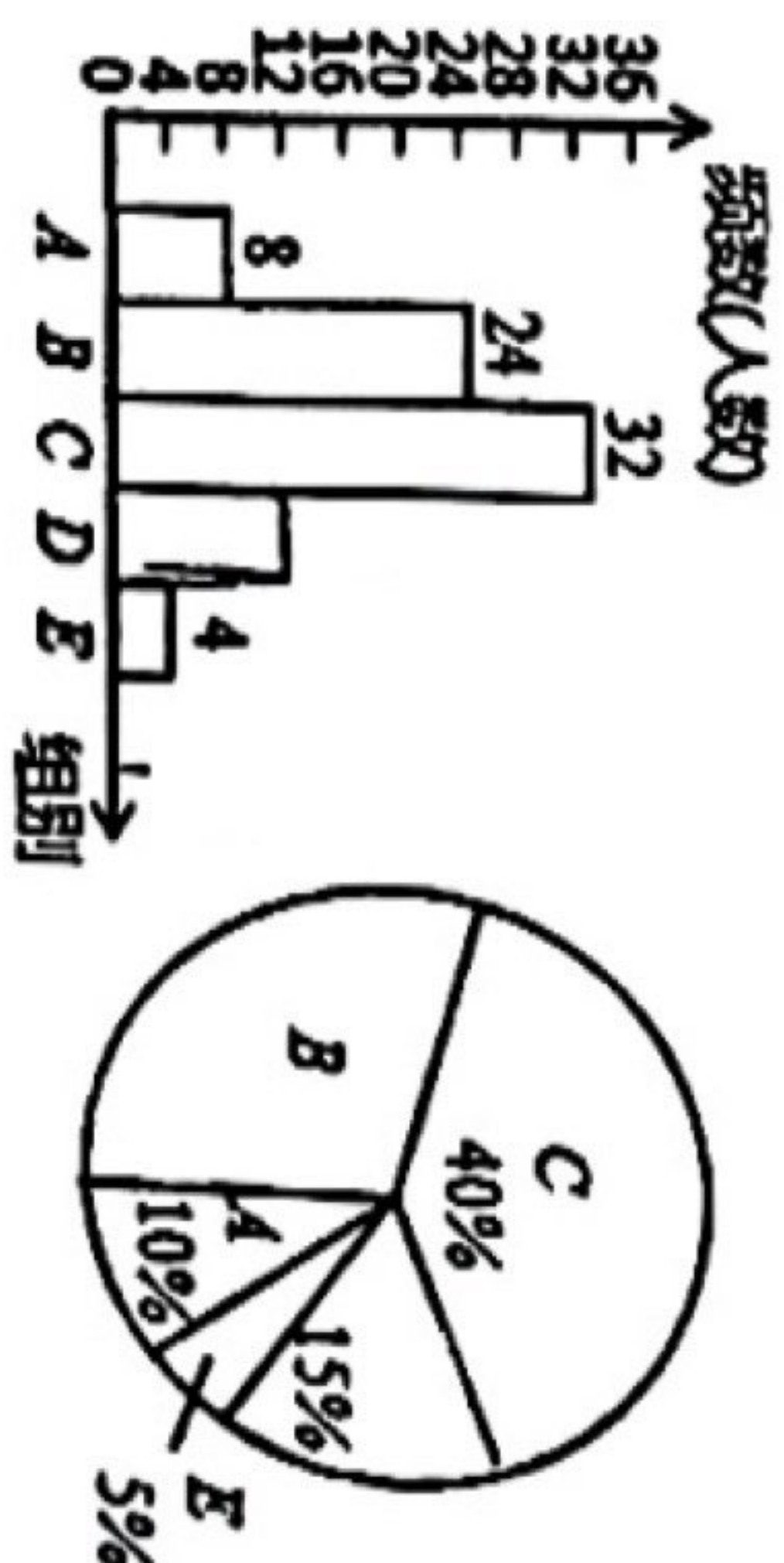
第 14 题图



第 16 题图

15. $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $a=1, \angle B=45^\circ$, 其面积为 2, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆的直径为 _____.
16. 如图, 在平面四边形 $ABCD$, $AB \perp BC, AD \perp CD, \angle BAD=120^\circ, AB=AD=1$. 若点 E 为边 CD 上的动点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BE}$ 的取值范围为 _____.

组别	学习时间 $x(h)$	频数(人数)
A	$0 < x \leq 1$	8
B	$1 < x \leq 2$	24
C	$2 < x \leq 3$	32
D	$3 < x \leq 4$	n
E	4 小时以上	4



- 四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.
17. (10 分) 网络技术的发展对学生学习方式产生巨大的影响, 某校为了解学生每周课余利用网络资源进行自主学习的时间, 在本校随机抽取若干名学生进行问卷调查, 现将调查结果绘制成如下不完整的统计图表, 请根据图表中的信息解答下列问题:

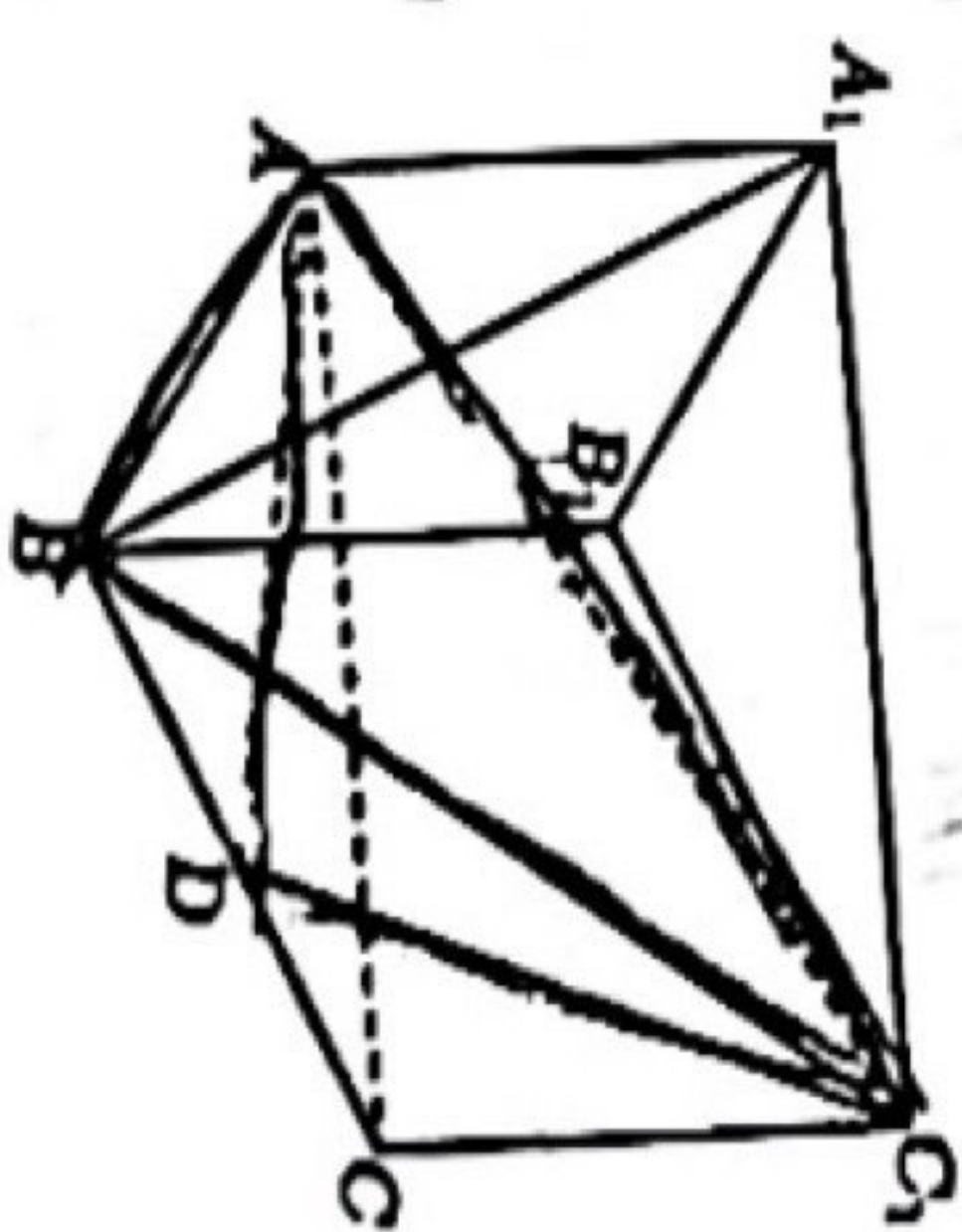
- (1) 表中的 $n =$ _____, 中位数落在 _____ 组 (在 A, B, C, D, E 中选), 扇形统计图中 B 组对应的圆心角为 _____ 度;

- (2) 请补全频数分布直方图;

- (3) 该校准备召开利用网络资源进行自主学习的交流会, 计划在 E 组学生中随机选出两人进行经验分享, 已知 E 组的四名学生中, 七、八年级各有 1 人, 九年级有 2 人, 请用画树状图法或列表法求抽取的两名学生都来自九年级的概率.

18. (12 分) 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AA_1=1, AB=3$, 点 D 为 BC 的中点.

- (1) 求证: $A_1B \parallel$ 平面 AC_1D ;
 (2) 求三棱锥 $B-AC_1D$ 的体积.



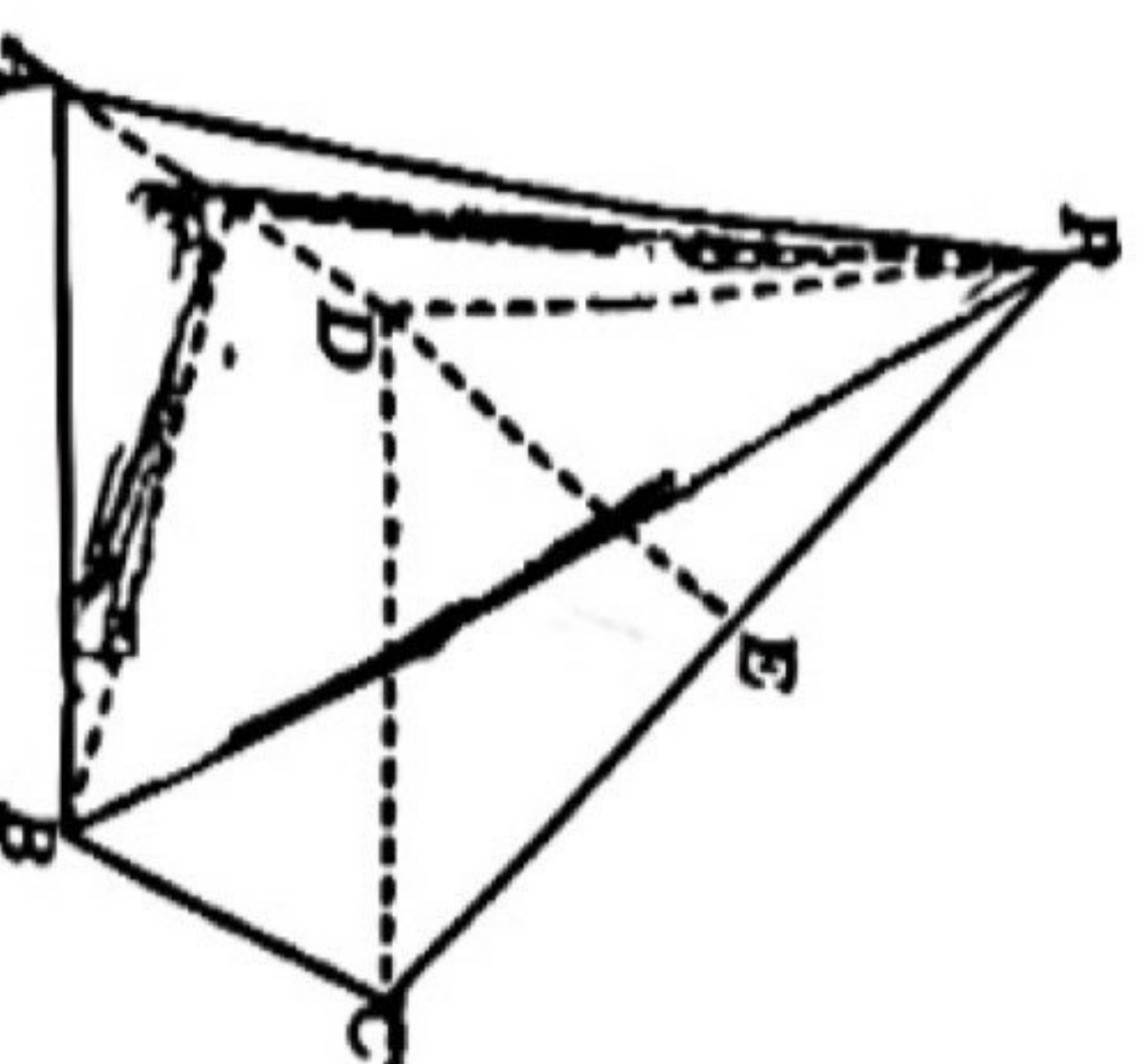
19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 且 $\frac{\sin A}{\sin B - \sin C} = \frac{b+c}{b-a}$.

- (1) 求角 C 的大小;
(2) 点 D 在 CA 的延长线上, A 为 CD 的中点, 线段 BD 的长度为 2, 求 S 的最大值.

20. (12 分) 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是正方形, 侧棱 $PD \perp$ 底面 $ABCD$,

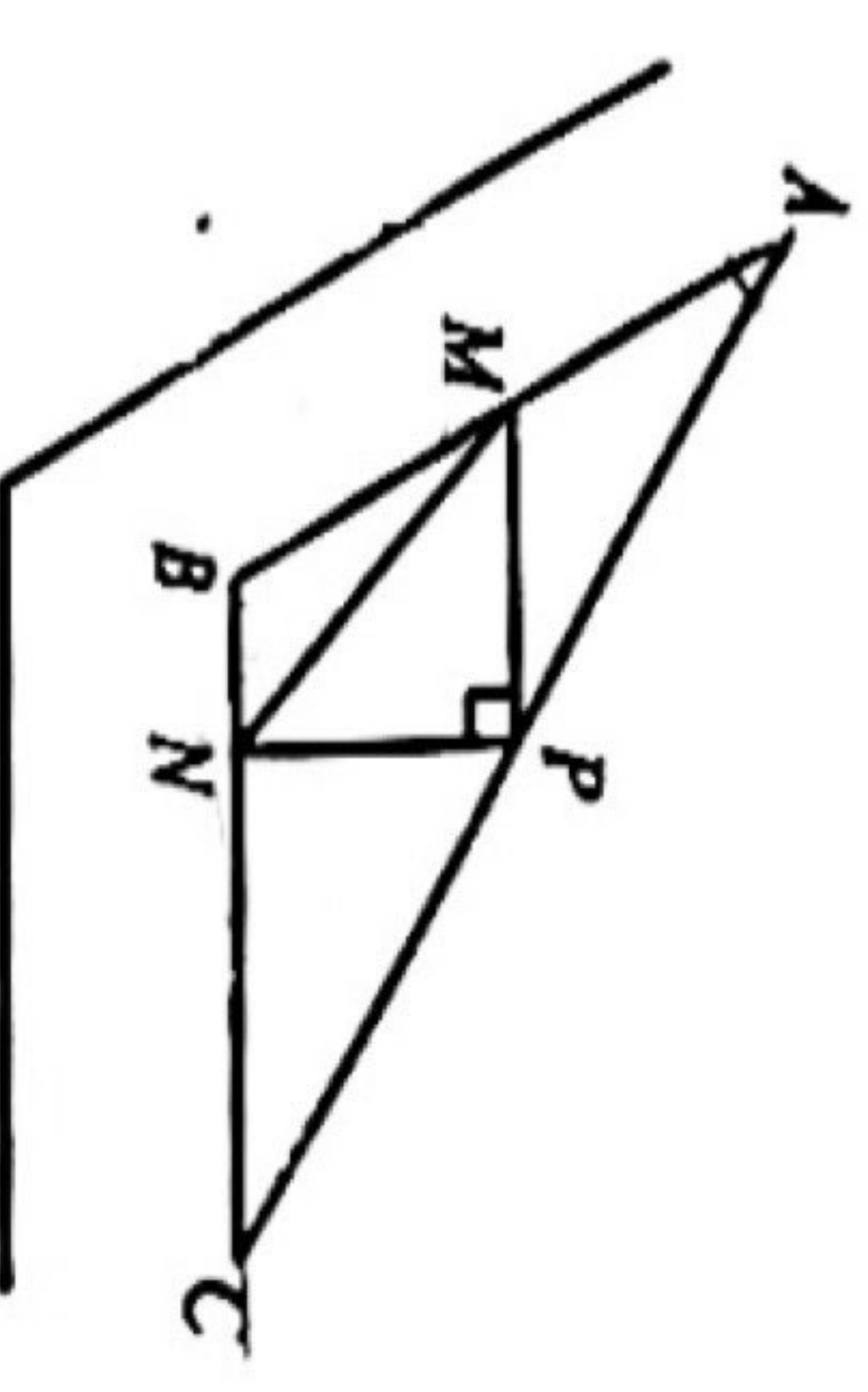
$PD=DC$, E, F 分别是 PC, AD 中点.

- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 PFB ;
(2) 求 PC 与面 PFB 所成角的正弦值.



21. (12 分) 某规划部门拟在一条河道附近建设一个如图所示的“创新产业园区”, 已知整个可用建筑用地可抽象为 $\triangle ABC$, 其中折线 ABC 为河岸, 经测量河岸拐弯处 $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$, $BA=4$ 千米, 且 $\triangle ABC$ 为等腰三角形. 根据实际情况需要在该产业园区内再规划一个核心功能区 $\triangle PMN$, 其中 M, N 分别在 BA, BC (不包括端点) 上, P 为 AC 中点, 且 $\angle MPN = \frac{\pi}{2}$, 设 $\angle APM = \theta$.

- (1) 若 $\theta = \frac{\pi}{6}$, 求 MN 的长度;
(2) 求核心功能区 $\triangle PMN$ 的面积的最小值.



22. (12 分) 如图, 在七面体 $ABCDEF$ 中, 四边形 $ABCD$ 是菱形, 其中 $\angle BAD = 60^\circ$, $\triangle BCE$,

$\triangle CEF, \triangle CDF$ 为等边三角形, 且 $AB \perp BE$, G 为 CD 的中点.

- (1) 证明: $AB \perp$ 平面 EFG ;
(2) 求平面 CDF 与平面 $ABCD$ 所成的锐二面角的余弦值.

