

重庆西大附中 2020—2021 学年度（上）高一年级

第二次月考数学试题

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A 、 B 、 C 、 D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将解答书写在答题卡（卷）对应的位置上。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 11\}$ ， $B = \{x | 3 < x < 15\}$ ，则 $A \cap B$ 中的元素个数为（ ）

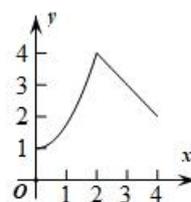
- A . 2 B . 3 C . 4 D . 5

2. 命题“ $\forall x \in R, x^2 + 1 \geq 1$ ”的否定是（ ）

- A . $\forall x \in R, x^2 + 1 < 1$ B . $\forall x \in R, x^2 + 1 \geq 1$ C . $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 < 1$ D . $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 \geq 1$

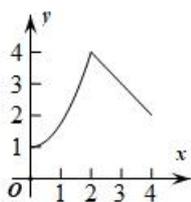
3. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域是 $[0, 2]$ ，则函数 $g(x) = \frac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是（ ）

- A . $[0, 1]$ B . $[0, 1)$ C . $[0, 1) \cup (1, 4]$ D . $(0, 1)$

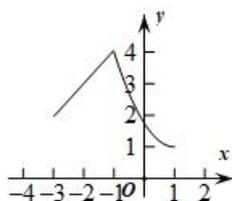


4. 已知定义在区间 $[0, 4]$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图像如图所示，则 $y = -f(1-x)$

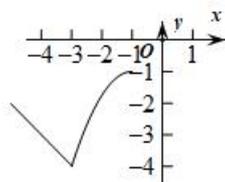
的图像为（ ）



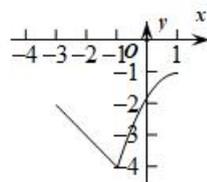
A .



B .



C .



D .

5. 已知函数 $y = f(x)$ 是偶函数，它在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增，则 $f(-3)$ ， $f(\sqrt{7})$ ， $f(\pi)$ 的大小关系是（ ）

- A . $f(-3) < f(\sqrt{7}) < f(\pi)$ B . $f(\pi) < f(-3) < f(\sqrt{7})$
 C . $f(-3) < f(\pi) < f(\sqrt{7})$ D . $f(\sqrt{7}) < f(\pi) < f(-3)$

6. 设 $f(x) = \begin{cases} x-2, & x \geq 10 \\ f[f(x+6)], & x < 10 \end{cases}$ ，则 $f(5)$ 的值为（ ）

- A . 10 B . 11 C . 12 D . 13

7. 已知函数 $f(x)$ 在 R 上单调递减，则 $f(\sqrt{x^2 - 3x - 4})$ 的单调递减区间为（ ）

- A. $(4, +\infty)$ B. $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

8. 若函数 $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{x+1} (x \geq 0)$ 的值域为 $[a, +\infty)$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $[0, 1]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, 2]$

二、多选题 (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分) 在每个小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分.

9. 在下列四组函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一函数的是 ()

A. $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ B. $f(x) = |x + 1|, g(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq -1 \\ -1 - x, & x < -1 \end{cases}$

C. $f(x) = 1, g(x) = (x + 1)^0$ D. $f(x) = \frac{(\sqrt{x})^2}{x}, g(x) = \frac{x}{(\sqrt{x})^2}$

10. 下列说法正确的有 ()

A. 命题 “若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ ” 的逆否命题为 “若 $x \neq 1$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”

B. “ $x = 1$ ” 是 “若 $x^2 - 3x + 2 = 0$ ” 的充分不必要条件

C. 若 $p \wedge q$ 为假命题, 则 p, q 均为假命题

D. 若 $a > b > 0, c < d < 0$, 则 $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

11. 已知函数 $f(x) = \frac{-x}{|x| + 1}$, 则 ()

A. $f(x)$ 为奇函数 B. $f(x)$ 在 R 上单调递增

C. 函数 $f(x)$ 的值域为 $(-1, 1)$ D. 方程 $f(x) + x^2 = 0$ 有两个实数根

12. 已知函数 $y = x^2 + ax + b (a > 0)$ 有且只有一个零点, 则 ()

A. $a^2 - b^2 \leq 4$ B. $a^2 + \frac{1}{b} \geq 4$

C. 若不等式 $x^2 + ax + b < 0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 则 $x_1 x_2 > 0$

D. 若不等式 $x^2 + ax + b < c$ 的解集为 (x_1, x_2) , 且 $|x_1 - x_2| = 4$, 则 $c = 4$

三、填空题: (本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分) 在每小题中, 请将正确答案书写

在答题卡（卷）对应的位置上.

13. 已知函数 $g(\sqrt{x}+1)=2x+3$, 则 $g(3)=$ _____.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -2x^2, & x \leq -1 \\ (2k-1)x+1, & x > -1 \end{cases}$ 为 R 上的增函数, 则实数 k 的取值范围是_____.

15. 已知 $m > 0$, $n > 0$, 且满足 $m+n=1$, 则 $\left(1+\frac{1}{m}\right)\left(1+\frac{1}{n}\right)$ 的最小值为_____.

16. 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.3]=0$ 、 $[1.5]=1$, 已知函数 $f(x)=\frac{[x]}{x}(x > 0)$, 若方程 $f(x)=a$ 有且仅有 2 个实数根, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题：（本大题共 6 小题，共 70 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡（卷）对应的位置上.

17. 已知全集 $U = \{0,1,2,3,4,5,6\}$, 集合 $A = \{x \in N | 1 < x \leq 4\}$, $B = \{x \in R | x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

(1) 用列举法表示集合 A 与 B ;

(2) 求 $A \cap B$ 及 $C_U(A \cup B)$.

18. 已知函数 $h(x)=(m^2-5m+1)x^{m+1}$ 为幂函数, 且为奇函数.

(1) 求 m 的值;

(2) 求函数 $g(x)=h(x)+\sqrt{1-2x}$ 在 $x \in \left[-1, \frac{1}{2}\right]$ 的值域.

19. 已知 $p: \frac{2x-7}{x-5} < 1$, $q: x^2 - 4mx + 3m^2 < 0$, 其中 $m > 0$.

(1) 若 $m = 3$, 且 $p \wedge q$ 为真, 求 x 的取值范围;

(2) 若 $\neg q$ 是 $\neg p$ 的充分不必要条件, 求实数 m 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{x+b}{x^2-1}$ 是定义域 $(-1,1)$ 上的奇函数.

(1) 确定 $f(x)$ 的解析式;

(2) 用定义证明: $f(x)$ 在区间 $(-1,1)$ 上是减函数;

(2) 解不等式 $f(t-1) + f(t) < 0$.

21. 某学习小组在暑期社会实践活动中，通过对某商店一种商品的销售情况的调查发现：改商品在过去一个月内（以30天计）的日销售价 $P(x)$ （元）与时间 x （天）的函数关系近似满足 $P(x) = 1 + \frac{k}{x}$ （ k 为正实数）. 该商品的日销售量 $Q(x)$ （个）与时间 x （天）部分数据如下表所示：

第 x （天）	10	20	25	30
$Q(x)$ （个）	110	120	125	120

已知第10天该商品的日销售收入为121元.

- (1) 求 k 的值；
- (2) 给出以下两种函数模型：① $Q(x) = ax + b$ ；② $Q(x) = a|x - 25| + b$ ，请你根据上表中的数据，从中选择你认为最合适的一种函数来描述该商品的日销售量 $Q(x)$ （个）与时间 x （天）的关系，并求出该函数的解析式；
- (3) 在（2）的条件下，求该商品的日销售收入 $f(x)$ ($1 \leq x \leq 30, x \in N$)（元）的最小值.

22. 若函数 $f(x)$ 对定义域内的每一个值 x_1 , 在其定义域内部都存在唯一的 x_2 , 使 $f(x_1)f(x_2)=1$ 成立, 则称该函数为“依赖函数”.

(1) 判断函数 $g(x)=x^2$ 是否为“依赖函数”, 并说明理由;

(2) 若函数 $f(x)=x$ 在定义域 $[m,n](m>0)$ 上为“依赖函数”, 求 $m+n$ 的取值范围;

(3) 已知函数 $h(x)=(x-a)^2$ ($a \geq \frac{4}{3}$) 在定义域 $[\frac{4}{3},4]$ 上为“依赖函数”, 若对任意的实数 $x \in [\frac{4}{3},4]$, 任意的 $t \in R$, 都有不等式 $h(x) \leq t^2 - 2t + k$ 成立, 求实数 k 的取值范围.