

西南大学附中 2022—2023 学年度上期期中考试

高一数学试题

(满分: 150 分, 考试时间: 120 分钟)

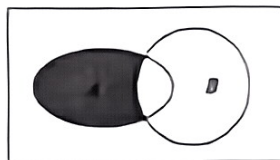
注意事项:

1. 答卷前考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时用 2B 铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 回答非选择题时, 用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将答题卡交回 (试题卷自己保管好, 以备评讲)。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x | x \leq 3\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()

- A. $\{3, 4, 5, 6\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{4, 5, 6\}$



2. 已知 $f(2x+1) = 2x^2 + 3$, 则 $f(3) =$ ()

- A. 5 B. 11 C. 18 D. 21

3. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $C = \{z | z = x + y, x \in A, y \in B\}$ 的真子集个数为 ()

- A. 5 B. 6 C. D. 8

4. 已知 $-1 < x < 2, 0 < y < 6$, 则 $2x - y$ 的取值范围是 ()

- A. $-2 < 2x - y < 10$ B. $-8 < 2x - y < 4$
C. $-8 < 2x - y < 6$ D. $-4 < 2x - y < 8$

5. 函数 $f(x) = x^2 + 2(1-m)x + 3$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上单调递减, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $[-3, +\infty)$ B. $[5, +\infty)$ C. $(-\infty, 5]$ D. $(-\infty, -3]$

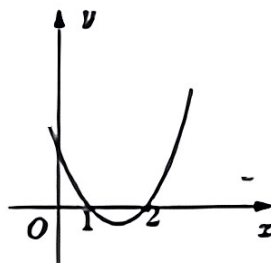
6. 函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示, 则不等式 $\frac{ax+a}{ax+b} < 0$ 的解集是 ()

A. $\{x | -3 < x < -\frac{1}{2}\}$

B. $\{x | -3 < x < 2\}$

C. $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > 3\}$

D. $\{x | -\frac{1}{2} \leq x < 3\}$



7. $y=1+x+\sqrt{1-2x}$ 的值域是 ()

- A. $(-\infty, 2]$ B. $\left[-\infty, \frac{15}{8}\right]$ C. $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$ D. $[0, +\infty)$

8. 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$, 则 $f(x-1) < \frac{1}{2}$ 的解集为 ()

- A. $(0, 2)$ B. $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$
C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ D. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 下列说法正确的是 ()

- A. $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = x$ 是同一个函数
B. 若函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[1, 4]$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2, 5]$
C. 函数 $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$ 的最小值是 2
D. 已知 $p: x > a$ 是 $q: 2 < x < 3$ 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 $a \leq 2$

10. 若 $a > b > 0$, $c \in \mathbf{R}$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $\frac{b}{a} < \frac{b+1}{a+1}$ D. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

11. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且满足下列条件: ①对任意的实数 $x > 0$, $y > 0$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2$; ②对任意的实数 $x > 0$, 都有 $f(x) > -2$; ③ $f(1) = -1$. 则下列说法正确的有 ()

- A. $f(2) = 0$
B. 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
C. 对 $\forall x \in [-3, -1]$, 不等式 $f(kx+2k) + 2 > 0$ 恒成立, 则 $-4 < k < 4$
D. 不等式 $\frac{f(x)}{x-1} > 0$ 的解集为 $(-\infty, -2) \cup (0, 1) \cup (2, +\infty)$

12. 设函数 $f(x) = \min\{|2x-3|, x^2, |2x+3|\}$ 其中 $\min\{x, y, z\}$ 表示 x, y, z 中的最小者. 下列说法正确的有 ()

A. 函数 $f(x)$ 为偶函数

B. 若 $f(x) = k|x|$ 有 7 个根, 则 $0 < k \leq 1$

C. 当 $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{4}\right]$ 时, 有 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) \leq f(x)$

D. 当 $x \in [-3, 3]$ 时, $f(f(x)) \leq f(x)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的定义域为_____.

14. 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 的解集是_____.

15. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x | m^2 + 2 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 如果命题 “ $\exists m \in \mathbb{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ” 为假命题, 则实数 a 的取值范围为_____.

16. 已知 $x > 0, y > 0, z > 0$, 则 $\frac{(x^2 + 2y^2 + z^2)^2 + 1}{xy + 3yz}$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知不等式 $ax^2 + (a-b)x + 1 - a < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 1\right\}$.

(1) 求实数 a, b 的值;

(2) 若 $m > 0, n > 0$, 且 $am + bn = 1$, 求 $\frac{2}{n} + \frac{n}{m}$ 的最小值.

18. (12 分) 已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{3x-1}{x+1} < 2\right\}$, $B = \{x \mid m-1 < x < 2m+1\}$.

(1) 若 $m = 2$ 时, 求 $A \cap B, A \cup B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

19. (12分) 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数满足: $f(x) + 2f(-x) = x^2 - 2x + 3$,

(1) 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 若不等式 $f(x) \leq 2ax - 1$ 在 $[1, 3]$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{4x+a-b}{ax^2+9}$ 定义在 $(-3, 3)$ 上的奇函数, 且 $f(1) = \frac{2}{5}$,

(1) 求 a, b ;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-3, 3)$ 上的单调性并加以证明;

(3) 解不等式 $f(-x^2 + x - 1) + f(x + 1) \geq 0$.

21. (12分) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

(1) 求 $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(f(1))$ 的值;

(2) 当 $x < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(3) 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = kx$ 有四个不同的交点, 求实数 k 的取值范围.

22. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$.

(1) 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值为 $g(a)$, 求函数 $g(a)$ 的表达式;

(2) 若 $g(a) = 2$, 关于 x 的方程 $f\left(x + \frac{4}{|x|}\right) - k\left(x + \frac{4}{|x|}\right) + 2k + 1 = 0$ 有两个不等的实根, 求实数 k 的取值范围.

(命题人、审题人: 孙伟、沈丽蓉)