高一第一学期半期考试答案

一、选择题

1~5：DACBB　　6~8：DAC

二、多项选择题

9：BD　10：AC　11：ACD　12：ACD

三、填空题

13：$[-2,0)\cup(0,+\infty)$　14：$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$　15：$(-\infty,2)$　16：$\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

四、解答题

17、解（1）由题意知

$-\dfrac{1}{2}$、1是方程$ax^2+(a-b)x+1-a=0$的两个根

故$\begin{cases}-\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{b-a}{a}\\-\dfrac{1}{2}\times1=\dfrac{1-a}{a}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$ ……………………………………4分

（2）由（1）知，$2m+3n=1$

$\therefore \dfrac{2}{n}+\dfrac{n}{m}=\dfrac{4m+6n}{n}+\dfrac{n}{m}=\dfrac{4m}{n}+\dfrac{n}{m}+6\geq2\sqrt{4}+6=10$

当且仅当$\dfrac{4m}{n}=\dfrac{n}{m}$，即$n=2m=\dfrac{1}{4}$时，等号成立

故，$\dfrac{2}{n}+\dfrac{n}{m}$的最小值为10. ……………………………………10分

18、解（1）$\because A=\left\{x\,|\,\dfrac{3x-1}{x+1}<2\right\}$，　$\therefore A=\{x\,|-1<x<3\}$

当$m=2$时，$B=\{x\,|\,1<x<5\}$

$\therefore A\cap B=\{x\,|\,1<x<3\}$，$A\cup B=\{x\,|-1<x<5\}$ ……………………………………5分

（2）$\because A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$

①当$B=\phi$时，$m-1\geq2m+1$，即$m\leq-2$；

②当$B\neq\phi$时，即$m>-2$，且满足

$\begin{cases}m-1\geq-1\\2m+1\leq3\end{cases}$，解得$0\leq m\leq1$

综上：实数m的取值范围为$(-\infty,-2]\cup[0,1]$. ……………………………………12分

19、解（1）$\because f(x)+2f(-x)=x^2-2x+3$

$\therefore f(-x)+2f(x)=x^2+2x+3$

解得：$f(x)=\frac{1}{3}x^2+2x+1$

$\therefore f(x)$的表达式为$f(x)=\frac{1}{3}x^2+2x+1$ ……………………………………5 分

（2）解法 1：$\because f(x)\le 2ax-1$，

$\therefore \frac{1}{3}x^2+2x+1-2ax+1\le 0$，即$\frac{1}{3}x^2+(2-2a)x+2\le 0$

令$g(x)=\frac{1}{3}x^2+(2-2a)x+2$　$\therefore g(x)\le 0$，在$[1,3]$上恒成立

$\therefore \begin{cases} g(1)\le 0 \\ g(3)\le 0 \end{cases}$，即$\begin{cases} \frac{13}{3}-2a\le 0 \\ 11-6a\le 0 \end{cases}$，解得$a\ge\frac{13}{6}$ ……………………………………12 分

解法 2（分参）

解法 3：讨论在区间上的最大值

20、解（1）$\because$函数$f(x)$定义在$(-3,3)$上的奇函数

$\therefore f(0)=0$，即$a-b=0$

又$\because f(1)=\frac{2}{5}$，即$\frac{4a}{9+a}=\frac{2}{5}$　$\therefore a=1,b=1$ ……………………………………2 分

（2）函数$f(x)$是在$(-3,3)$上的单调递增函数，

证明：设$\forall x_1,x_2\in(-3,3)$，且$x_1<x_2$

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{4x_1}{x_1^2+9}-\frac{4x_2}{x_2^2+9}=\frac{4x_1(x_2^2+9)-4x_2(x_1^2+9)}{(x_1^2+9)(x_2^2+9)}=\frac{4(x_1-x_2)(9-x_1x_2)}{(x_1^2+9)(x_2^2+9)}$$

又$\because x_1x_2<9$，故$9-x_1x_2>0, x_1-x_2<0$

$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，即$f(x_1)<f(x_2)$

$\therefore$函数$f(x)$是在$(-3,3)$上的单调递增函数. ……………………………………7 分

（3）$\because$函数$f(x)$是在$(-3,3)$上的奇函数且单调递增

$\therefore f\left(-x^2+x-1\right)+f\left(x+1\right)\geq 0$ 得 $f\left(x+1\right)\geq f\left(x^2-x+1\right)$

$\therefore \begin{cases} x+1\geq x^2-x+1 \\ -3<x+1<3 \\ -3<x^2-x+1<3 \end{cases}$ 解得 $0\leq x<2$ ……………………………………12 分

21 解（1）$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{3}{4}$，$f\left(f\left(1\right)\right)=f\left(-2\right)=f\left(2\right)=-3$ ……………………………2 分

（2）设 $x<0$，则 $-x>0$

$\therefore f\left(-x\right)=x^2+4x+1$

又$\because$函数 $f\left(x\right)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，　$\therefore f\left(x\right)=f\left(-x\right)=x^2+4x+1$ ……………6 分

（3）$\because$当 $x=0$ 时，$f\left(0\right)=1$，而 $y=0$，故横坐标为 0 的点不是交点

$\therefore$当 $x\neq 0$ 时，函数 $f\left(x\right)$ 与 $y=kx$ 有四个不同的交点

令 $g(x)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$，即函数 $g\left(x\right)$ 与直线 $y=k$ 有四个不同的交点

$$g(x)=\begin{cases} x+\dfrac{1}{x}-4, & x>0 \\ x+\dfrac{1}{x}+4, & x<0 \end{cases},$$

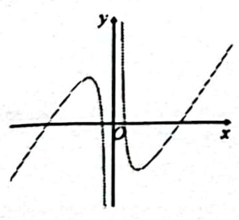
又$\because$函数 $g\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,-1\right),\left(1,+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-1,\ 0\right),\left(0,\ 1\right)$ 上单调递减

且 $f\left(-1\right)=2$，$f\left(1\right)=-2$，

当 $x\to 0^-$ 时，$g\left(x\right)\to -\infty$，当 $x\to -\infty$ 时，$g\left(x\right)\to -\infty$

当 $x\to 0^+$ 时，$g\left(x\right)\to +\infty$，当 $x\to +\infty$ 时，$g\left(x\right)\to +\infty$

函数大致图象如图



$\therefore -2<k<2$ ……………………………………………12 分

22、解（1）函数 $f\left(x\right)=x^2-2ax+3$ 的对称轴为 $x=a$

①当 $a\geq 2$ 时，函数的最小值 $g\left(a\right)=f\left(2\right)=7-4a$

②当$1<a<2$时，函数的最小值$g(a)=f(a)=-a^2+3$

③当$a\le 1$时，函数的最小值$g(a)=f(1)=4-2a$

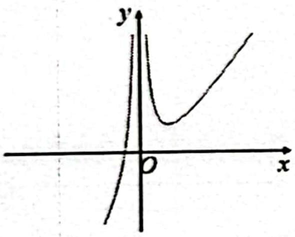
$$\therefore g(a)=\begin{cases}7-4a,\ a\ge 2\\ -a^2+3, 1<a<2\\ 4-2a,\ a\le 1\end{cases}$$ ……………………………………………5分

（2）当$g(a)=2$时，则$a=1$

$\therefore f(x)=x^2-2x+3$ ，令$t=x+\dfrac{4}{|x|}=\begin{cases}x+\dfrac{4}{x},\ x>0\\ x-\dfrac{4}{x},\ x<0\end{cases}$

易得函数$t=x+\dfrac{4}{|x|}$在$(-\infty,0)$，$(2,+\infty)$上单调递增，在$(0,2)$上单调递减

当$x=2$时，$t=4$， $t=x+\dfrac{4}{|x|}$大致图象如图所示



$f\left(x+\dfrac{4}{|x|}\right)-k\left(x+\dfrac{4}{|x|}\right)+2k+1=0$转化为$t^2-(k+2)t+2k+4=0$

①当$\Delta=(k+2)^2-4(2k+4)=k^2-4k-12=0$，即$k=6$或者$k=-4$

若$k=6$时，$t^2-8t+16=0$，即$t=4$，成立，
若$k=-2$时，$t^2=0$，即$t=0$，此时只有一个根，不成立.

②当$\Delta\ne 0$时，$f\left(x+\dfrac{4}{|x|}\right)-k\left(x+\dfrac{4}{|x|}\right)+2k+1=0$有两个不等的实根，

即方程$t^2-(k+2)t+2k+4=0$在$(-\infty,4)$上有两个不等的实数根

$\begin{cases}\Delta=k^2-4k-12>0\\ 4^2-4(k+2)+2k+4>0\end{cases}$ 解得$k<-2$

综上：$k<-2$或者$k=6$ ……………………………………12分