

# 西南大学附中 2021—2022 学年度上期期中考试

## 高一数学试题

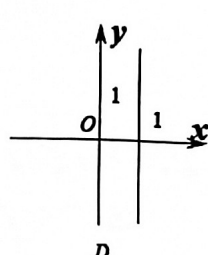
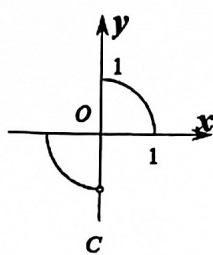
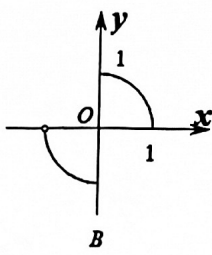
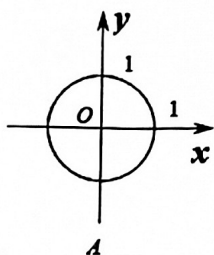
(满分: 150 分; 考试时间: 120 分钟)

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时, 必须使用 2B 铅笔填涂; 答非选择题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写; 必须在题号对应的答题区域内作答, 超出答题区域书写无效; 保持答卷清洁、完整。
3. 考试结束后, 将答题卡交回 (试题卷学生留存, 以备评讲)。

一、单项选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合  $A = \{x | |x-1| < 2\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{x | -1 < x < 3\}$  B.  $\{x | -2 < x < 3\}$  C.  $\{x | -2 < x < -1\}$  D.  $\emptyset$
2. 下列图形是函数图像的是 ( )



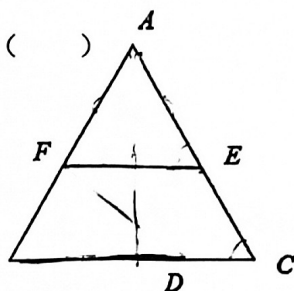
3. 已知  $a > b > 0$ ,  $d < c$ , 则 ( )  
A.  $ac > bd > 0$  B.  $ac > bd$  C.  $a+c > b+d$  D.  $a+c > b+d > 0$
4. 函数  $f(x) = 1 - \frac{1}{x-2}$  的值域为 ( )  
A.  $\{y | y \neq 1\}$  B.  $y \neq 1$  C.  $y \neq 2$  D.  $\{y | y \neq 2\}$
5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & (x \leq -1) \\ ax^2 + 4ax + 1 + 4a, & (x > -1) \end{cases}$  是  $R$  上的递减函数, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $a \leq -\frac{2}{3}$  B.  $a \leq -\frac{3}{8}$  C.  $a \leq -2$  D.  $a \leq -1$

6. 已知函数  $f(x) = ax^3 - bx + 2$ , 若  $f(2) = 5$ , 则  $f(-2) =$  ( )

- A. -1                      B. 1                      C. 3                      D. -3

7. 某工厂要在一个正三角形  $ABC$  的钢板上切割一个四边形的材料  $DCEF$  来加工, 若  $AB = 2$ ,  $DC = \frac{2}{3}$ ,  $DC \parallel EF$  (如图), 则四边形  $DCEF$  面积最大值为 ( )

- A.  $\frac{5\sqrt{3}}{12}$                       B.  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$   
C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$



8. 已知函数  $f(2x-1)$  是偶函数, 则  $f(x+1)$  图像的对称轴是 ( )

- A.  $x = -2$                       B.  $x = -1$                       C.  $x = \frac{1}{2}$                       D.  $x = 0$

二、多项选择题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列函数是指数函数的有 ( )

- A.  $y = x^4$                       B.  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$                       C.  $y = 2^{2x}$                       D.  $y = -3^x$

10. 关于  $x$  的不等式  $ax^2 - 1 \leq 0$  (其中  $x \in \mathbb{Z}$ ,  $a \in \mathbb{N}_+$ ) 的解集中元素的个数可能有 ( )

- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 无数个

11. 命题 “对任意  $x > 0$ , 都有  $mx + 1 > 0$ ” 为真命题的一个充分不必要条件是 ( )

- A.  $m > 0$                       B.  $m > 1$                       C.  $m \neq 0$                       D.  $m > 2$

12. 对于定义在  $D$  函数  $f(x)$  若满足:

① 对任意的  $x \in D$ ,  $f(x) + f(-x) = 0$

② 对任意的  $x_1 \in D$ , 存在  $x_2 \in D$ , 使得  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$

则称函数  $f(x)$  为 “等均值函数”, 则下列函数为 “等均值函数” 的为 ( )

- A.  $f(x) = \begin{cases} x^2, & 0 < x \\ -x^2, & -1 < x \leq 0 \end{cases}$                       B.  $f(x) = \frac{1}{x}$   
C.  $f(x) = x$                       D.  $f(x) = \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 集合  $A = \{x | x^2 - ax + 2 = 0\}$  的子集有两个，则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\log_3 2 = m$ ，则  $\log_{24} 36 =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $f(x) = (x^2 - 2x - 3)^{\frac{3}{2}}$ ，则其单调增区间为 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $a, b, c > 0$  且  $abc + 2 = 4bc$ ，则  $bc + \frac{3}{a}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题 10 分)

计算：(1)  $2021^0 + 16^{\frac{3}{4}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} + \left(-\frac{1}{27}\right)^{-\frac{4}{3}}$  (2)  $\lg 15 + \lg(-2)^2 + 3^{\lg 4} - \frac{1}{2} \lg 36$

18. (本小题 12 分)

已知集合  $A = \{x | 2 \leq |x| \leq m\}$ ， $B = \{x | x^3 - 6x^2 + 8x > 0\}$ ， $C = \{x | x^2 - 2x - 15 = 0\}$ .

(1) 若  $A \cup C = A$ ，求实数  $m$  的最小值；

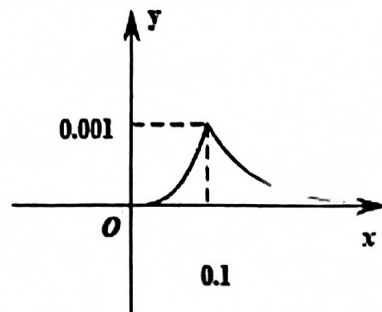
(2) 若  $A \cap B = \emptyset$ ，求实数  $m$  的取值范围.

19. (本小题 12 分)

冬季来临，为了预防流行性感冒，某工厂对厂区进行药物喷洒消毒，厂区空气中每立方米的药物含量  $y$  (单位：克) 随时间  $x$  (单位：小时) 的变化情况如图所示，在药物的喷洒过程中， $y$  与  $x$  成幂函数关系；药物喷洒完毕后， $y$  与  $x$  的函数关系为  $y = a^{x+2.9}$  ( $0 < a < 1$ ). 依据图中信息，回答下列问题：

(1) 写出从药物喷洒开始， $y$  与  $x$  的函数关系式；

(2) 据测定，当空气中每立方米的含药量降低到 0.0001 克以下时，工人才可以进入厂区；那么从药物喷洒开始，至少需要经过多少小时后，工人才能回到厂区？



20. (本小题 12 分)

已知  $y = f(x)$  满足对一切  $x, y \in R$  都有  $f(x+2y) = f(x) + 2f(y)$

(1) 判断  $y = f(x)$  的奇偶性并证明;

(2) 若  $f(1) = 2$ , 求  $f(-13) + f(-3) + f(22) + f(53)$  的值.

21. (本小题 12 分)

已知函数  $y = f(x)$  的定义域为  $R$ , 且对一切  $x \in R$  都有  $f(x) + 2f(-x) = 3ax^2 - (a^2 + 1)x + 3a$  恒成立.

(1) 求函数  $y = f(x)$  的解析式;

(2) 求关于  $x$  的不等式  $f(x) > 0$  的解集.

22. (本小题 12 分)

已知函数  $f(x) = 2^x - \frac{1}{2^x + 1}$ .

(1) 判断  $f(x)$  的单调性, 并用定义法证明;

(2) 设函数  $g(x) = f(|x|)$ , 且存在  $x \in [-1, 1]$ , 使得  $3g(-4^x + (a-1)2^x + a) < 5$  成立, 求实数  $a$  的取值范围.

(命题人、审题人: 校命题小组)