

# 西南大学附属中学高 2025 届高一阶段性检测（一）

## 数 学 试 题

（满分：150 分；考试时间：120 分钟）

2022 年 10 月

### 注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂；答非选择题时，必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整。
3. 考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生保存，以备评讲）。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列表示不正确的是（ ）

- A.  $0 \in \mathbb{N}$       B.  $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$       C.  $\sqrt{2} \notin \mathbb{R}$       D.  $-1 \in \mathbb{Z}$

2. 命题“ $\forall x > 0, x^2 + x > 0$ ”的否定是（ ）

- A.  $\exists x > 0, x^2 + x < 0$       B.  $\exists x > 0, x^2 + x \leq 0$   
C.  $\forall x > 0, x^2 + x \leq 0$       D.  $\forall x \leq 0, x^2 + x > 0$

3. 已知集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{-a, a\}$ . 若  $A \cup B = A$ , 则实数  $a$  的取值范围是（ ）

- A.  $\{a | -1 \leq a \leq 1\}$       B.  $\{a | -1 < a < 1\}$   
C.  $\{a | -1 < a < 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$       D.  $\{a | -1 \leq a \leq 1 \text{ 且 } a \neq 0\}$

4. 若实数  $a, b$  满足  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \sqrt{ab}$ , 则  $ab$  的最小值为（ ）

- A.  $\sqrt{2}$       B. 2      C.  $2\sqrt{2}$       D. 4

5. 已知  $p: |2x+1| \leq 2$ ,  $q: -2 \leq x \leq 1$ , 则  $p$  是  $q$  的（ ）条件

- A. 充分不必要      B. 必要不充分      C. 充要      D. 既不充分也不必要

6. 已知命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 4\sqrt{2}ax + 5a + 3 = 0$ ”为假命题，则实数  $a$  的取值范围是（ ）

- A.  $a \leq -\frac{1}{2}$  或  $a \geq 3$       B.  $-\frac{1}{2} < a < 3$       C.  $a < -\frac{1}{2}$  或  $a > 3$       D.  $-\frac{1}{2} \leq a \leq 3$

7. 已知实数  $x_1, x_2$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - (m+1)x + 2m - 1 = 0$  的两个根, 满足

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < m - 1, \text{ 则实数 } m \text{ 的取值范围是 ( )}$$

A.  $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$  B.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$  C.  $\left(0, \frac{1}{2}\right] \cup (5, +\infty)$  D.  $(-\infty, 0) \cup (5, +\infty)$

8. 已知  $a > 0, b > 0, a + 2b = 1$ , 则  $\frac{b^2 + a + 1}{2ab}$  的最小值为 ( )

A.  $\frac{13}{2}$  B.  $\frac{25}{2}$  C.  $6 + \sqrt{10}$  D.  $3 + \sqrt{10}$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 若  $-1 < a < b < 0$ , 则 ( )

A.  $a^2 + b^2 > 2ab$  B.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  C.  $a + b < 2\sqrt{ab}$  D.  $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

10. 下列命题为真命题的是 ( )

A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 1$

B. 设全集为  $\mathbb{R}$ , 若  $A \subseteq B$ , 则  $\complement_{\mathbb{R}} B \subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$

C. “ $a^2 = b^2$ ” 是 “ $a = b$ ” 的必要不充分条件

D. “ $x$  和  $y$  都是无理数” 是 “ $x + y$  是无理数” 的必要不充分条件

11. 若  $a, b \in (0, +\infty)$ , 则下列选项成立的是 ( )

A.  $a(6-a) \leq 9$

B. 若  $ab = a + b + 3$ , 则  $ab \geq 9$

C.  $a^2 + \frac{4}{a^2 + 2}$  的最小值为 2

D. 若  $a + b = 2$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 3 + 2\sqrt{2}$

12. 对于正整数集合  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} (n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3)$ , 如果去掉其中任意一个元素  $a_i (i = 1, 2, \dots, n)$  之后, 剩余的所有元素组成的集合都能分为两个交集为空集的集合, 且这两个集合的所有元素之和相等, 就称集合  $A$  为 “可分集”, 则下列说法正确的是 ( )

A.  $\{1, 3, 5, 7, 9\}$  不是 “可分集”

B. 集合  $A$  中元素个数最少为 7 个

C. 若集合  $A$  是 “可分集”, 则集合  $A$  中元素全为奇数

D. 若集合  $A$  是 “可分集”, 则集合  $A$  中元素个数为奇数

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知集合  $A = \{1, 2, m\}$ ,  $B = \{1, 3, n\}$ , 若  $A = B$ , 则  $m + n =$ \_\_\_\_\_.

14. 若集合  $A = \{x | kx^2 + 2x + 1 = 0\}$  中有且仅有一个元素, 则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 关于  $x$  的不等式  $ax + b > 0$  的解集为  $\{x | x > 2\}$ , 则关于  $x$  的不等式  $\frac{ax+b}{x^2 - 4\sqrt{2}x + 7} \geq 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

16. 已知正实数  $a, b, c$ , 满足  $a + b + c = 1$ , 则  $a + \sqrt{b} + \sqrt[3]{c}$  的最大值为\_\_\_\_\_.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 设集合  $U = \{x | x \leq 5\}$ ,  $A = \{x | 1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | -1 \leq x \leq 4\}$ . 求:

(1)  $A \cap B$ ;

(2)  $(\complement_U A) \cup B$ ;

(3)  $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$ .

18. 设集合  $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | (a^2 - 1)x^2 + 2(a + 1)x + 1 = 0, a \in \mathbb{R}\}$

(1) 若  $a = 0$ , 求  $A \cup B$ ;

(2) 若  $B \subsetneq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. 已知集合  $M = \{x | -2 \leq x \leq 4\}$ ,  $P = \{x | x^2 - 4x + 4 - m^2 \leq 0, m \in \mathbb{R}\}$ .

(1) 若  $m = 3$ , 求  $M \cap P$ ;

(2) 若存在正实数  $m$ , 使得 “ $x \in M$ ” 是 “ $x \in P$ ” 成立的\_\_\_\_\_, 求  $m$  的取值范围.

从 “①充分不必要条件; ②必要不充分条件; ③既不充分又不必要条件” 中任选一个, 补充在上面横线处, 并进行作答.

20. 解关于  $x$  的不等式:  $\frac{a(x-2)}{2x-1} \leq 1 (a \in R)$ .

21. 2022 年 8 月 9 日, 美国总统拜登签署《2022 年芯片与科学法案》. 对中国的半导体产业来说, 短期内可能会受到“芯片法案”负面影响, 但它不是决定性的, 因为它将激发中国自主创新的更强爆发力和持久动力. 某企业原有 400 名技术人员, 年人均投入  $a$  万元 ( $a > 0$ ), 现为加大对研发工作的投入, 该企业把原有技术人员分成技术人员和研发人员, 其中技术人员  $x$  名 ( $x \in \mathbb{N}$  且  $100 \leq x \leq 275$ ), 调整后研发人员的年人均投入增加  $(4x)\%$ , 技术人员的年人均投入调整为  $a\left(m - \frac{2x}{25}\right)$  万元.

- (1) 若要使调整后研发人员的年总投入不低于调整前 400 名技术人员的年总投入, 求调整后的研发人员的人数最少为多少人?
- (2) 为了激励研发人员的工作热情和保持技术人员的工作积极性, 企业决定在投入方面要同时满足以下两个条件: ① 研发人员的年总投入始终不低于技术人员的年总投入; ② 技术人员的年人均投入始终不减少. 请问是否存在这样的实数  $m$ , 满足以上两个条件, 若存在, 求出  $m$  的范围; 若不存在, 说明理由.

22. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$ ,

- (1) 若  $a, b, c > 0$ , 求证: “ $y = ax^2 + bx + c$  过点  $(1, 3)$ ” 是 “ $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{3}{2}$ ” 的充分条件;
- (2) 求  $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{10}$  的整数部分.

(命题人: 陈旭旭 审题人: 蒋勇)