

西南大学附属中学校高 2024 届第一次定时训练

数 学 试 题

(满分：150 分；考试时间：120 分钟)

2021 年 9 月

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂；答非选择题时，必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整。
3. 考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生留存，以备评讲）。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 命题“ $\exists x \in R$ ，使 $x^2 + x - 1 = 0$ ”的否定是（ ）
A. $\exists x \in R$ ，使 $x^2 + x - 1 \neq 0$ B. 不存在 $x \in R$ ，使 $x^2 + x - 1 = 0$
C. $\forall x \in R$ ，使 $x^2 + x - 1 \neq 0$ D. $\forall x \in R$ ，使 $x^2 + x - 1 \neq 0$
2. 已知集合 $M = \{x | x = 2m + 1, m \in Z\}$ ， $N = \{x | x = 4m + 1, m \in Z\}$ ，则“ $x \in M$ ”是“ $x \in N$ ”的（ ）
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也非必要条件
3. 已知集合 $A = \{1, a - 2, 2a^2 - a - 2\}$ ，若 $-1 \in A$ ，则实数 a 的值为（ ）
A. 1 B. 1 或 $-\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -1 或 $-\frac{1}{2}$
4. 若 $x < y$ ，设 $M = x^2 + 2y^2$ ， $N = 2xy + 2y - 1$ ，则（ ）
A. $M > N$ B. $M < N$ C. $M \leq N$ D. $M \geq N$
5. 已知全集是实数集 R ，集合 $A = \left\{x \mid -3 \leq x < \frac{1}{2}\right\}$ ， $B = \{x | 2x^2 - x - 1 < 0\}$ ，则 $(\complement_R A) \cup B =$ （ ）
A. $\left\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right\}$ B. $\left\{x \mid \frac{1}{2} \leq x < 1\right\}$
C. $\left\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > -\frac{1}{2}\right\}$ D. $\left\{x \mid x < -3 \text{ 或 } \frac{1}{2} \leq x < 1\right\}$

6. 已知集合 $A = \{x | y = \sqrt{x-1}\}$, $B = \left\{x \left| x = \frac{1}{a-1}, 1 < a \leq \frac{3}{2} \right.\right\}$, 则下列选项正确的是 ()

A. $A = B$

B. $B \subsetneq A$

C. $A \subseteq B$

D. $B \subseteq A$

7. 已知实数 a, b 满足 $a > \frac{1}{2}$, $b > 0$, 若不等式 $\frac{a^2}{2a-1} + \frac{b^2+4}{b} \geq m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

A. $m \leq 8$

B. $m \geq \frac{9}{2}$

C. $m \leq 5$

D. $m \geq 8$

8. 若集合 $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的两个非空子集 M 和 N 满足 “ M 中的最大数小于 N 中的最小数”, 则称集合对 (M, N) 为集合 I 中的一组 “伙伴子集对”, 那么集合 I 中的 “伙伴子集对” 共有 () 对.

A. 49

B. 64

C. 72

D. 98

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列选项一定正确的是 ()

A. 若 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$, 则 $a^{2024} > b^{2024}$

B. 若 $ab < 0$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $a > b$

C. 若 $a > b$, $a + c > b + d$, 则 $c > d$

D. 若 $a > b > 0$, 则 $\frac{b+1}{a+1} > \frac{b}{a}$

10. 下列选项中两个集合相等的是 ()

A. $P = \{x | x^2 + x = 0\}$, $Q = \left\{x \left| x = \frac{(-1)^n - 1}{2}, n \in \mathbb{Z} \right.\right\}$

B. $P = \{\emptyset\}$, $Q = \{0\}$

C. $P = \{x | x = 10k, k \in \mathbb{Z}\}$, $Q = \{x | x = 2m \text{ 且 } x = 5n, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}\}$

D. $P = \left\{x \left| x = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R} \right.\right\}$, $Q = \{x | x^5 - 3x^3 - 4x = 0\}$

11. 下列选项一定正确的是 ()

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x + \frac{1}{x} \geq 2$

B. 若正实数 x, y 满足 $2x + y = 1$, 则 $\sqrt{2x} + \sqrt{y}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

C. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{1}{4}a + \frac{b}{a} + \frac{4}{ab}$ 的最小值为 2

D. 若正实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 = 1 + xy$, 则 $1 < x + y \leq 2$

12. 设集合 X 是实数集 R 的子集, 如果实数 x_0 满足: 对任意 $r > 0$, 都存在 $x \in X$, 使得 $0 < |x - x_0| < r$ 成立, 那么称 x_0 为集合 X 的聚点. 则下列集合中, 0 为该集合的聚点的有 ()

- A. $\left\{x \mid x = \frac{1}{n}, n \neq 0, n \in Z\right\}$ B. $\left\{x \mid x = \frac{n}{n+1}, n \in N^*\right\}$
 C. $\{x \mid x \in Q, x \neq 0\}$ D. 整数集 Z

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $8 < x^3 < 27$, $3 < y < 4$, 若 $t = \frac{x}{y^3}$, 则 t 的取值范围是_____.

14. $\exists x \in R$, 使得不等式 $3x^2 - x + 1 < m$ 成立, 则 m 的取值范围是_____.

15. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $B = \{x \mid x < 4 - m \text{ 或 } x > 2m + 4\}$. 若 $A \cap (\complement_R B) = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 已知正实数 a, b 满足 $\frac{1}{a+2b} + \frac{1}{2a+b} = 1$, 则 $a+b$ 的最小值为_____.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知集合 $U = \{x \in Z \mid 2x^2 - 11x - 6 < 0\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 5\}$, 设集合 $M = (\complement_U A) \cap (\complement_U B)$.

(1) 求集合 M ;

(2) 若 $C = \{x \mid -a \leq x \leq 2a - 1, x \in R\}$, 且 $M \cap C \neq \emptyset$, 求 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a + 3b = 1$.

(1) 求 $\frac{1}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值;

(2) 若 $m > a^2 + 9b^2 + 7ab$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

19. (12 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 2 = 0\}$ 西

(1) 若 $A \cap B = A$, 求 a 的值;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求 a 的取值范围.

20. (12 分) 火车站有某公司待运的甲种货物 1530 t, 乙种货物 1150 t. 现计划用 A 、 B 两种型号的货厢共 50 节运送这批货物. 已知 35 t 甲种货物和 15 t 乙种货物可装满一节 A 型货厢, 25 t 甲种货物和 35 t 乙种货物可装满一节 B 型货厢. 据此安排 A 、 B 两型货厢的节数, 共有几种方案? 若每节 A 型货厢的运费是 0.5 万元, 每节 B 型货厢的运费是 0.8 万元, 哪种方案的运费较少?

21. (12 分) 已知集合 $A = \left\{ x \left| \begin{cases} \frac{2x+3}{3} < x+2 \\ mx+1 < 0 \end{cases} \right. \right\}$, $B = \{x | |x-m| < 1\}$.

(1) 求集合 B ;

(2) 若 “ $x \in B$ ” 是 “ $x \in A$ ” 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

22. (12 分) 已知 $x > 0$, $y > 0$, $m > 0$, $a = x + y$, $b = \sqrt{x^2 + xy + y^2}$, $c = m\sqrt{xy}$.

(1) 试比较 a 与 b 的大小, 并证明你的结论;

(2) 求证: 对任意正数 x, y , 以 a, b, c 为三边可构成三角形的充要条件是 $2 - \sqrt{3} < m < 2 + \sqrt{3}$.