

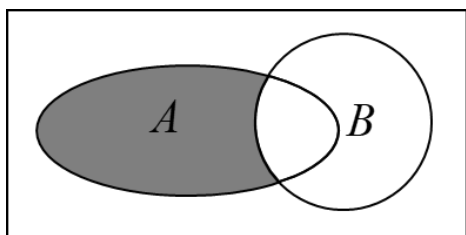
西南大学附中 2022 - 2023 学年度上期期中考试
高一数学试题

注意事项:

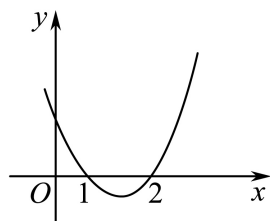
1. 答题前考生务必把自己的拉名. 准考证号填互各是卡上.
2. 回答这择题时用 2B 的乙格各是卡上对已是口的答案长号涂黑: 回答非选择题时, 用 05 毫米签字笔件签写在答题卡上. 日狂本式互上无效.
3. 考试结象后, 将答题卡文回 (认题总自己保行, 以各评决).

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{x \mid x \leq 3\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()



- A. $\{3, 4, 5, 6\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{4, 5, 6\}$
2. 已知 $f(2x+1) = 2x^2 + 3$. 则 $f(3) = ()$
A. 5 B. 11 C. 18 D. 21
3. 已知集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则集合 $C = \{z \mid z = x + y, x \in A, y \in B\}$ 的真子集个数为 ()
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8
4. 已知 $-1 < x < 2$, $0 < y < 6$, 则 $2x - y$ 的取值范围是 ()
A. $-2 < 2x - y < 10$ B. $-8 < 2x - y < 4$
C. $-8 < 2x - y < 6$ D. $-4 < 2x - y < 8$
5. 函数 $f(x) = x^2 + 2(1-m)x + 3$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上单调递减, 则 m 的取值范围是 ()
A. $[-3, +\infty)$ B. $[5, +\infty)$ C. $(-\infty, 5]$ D. $(-\infty, -3]$
6. 函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示. 则不等式 $\frac{cx+a}{ax+b} < 0$ 的解集是 ()



- A. $\{x \mid -3 < x < -\frac{1}{2}\}$ B. $\{x \mid -3 < x < 2\}$
C. $\{x \mid x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > 3\}$ D. $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 3\}$
7. $y = 1 + x + \sqrt{1-2x}$ 的值域是 ()
A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, \frac{15}{8}]$ C. $[\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $[0, +\infty)$

8. 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 R , 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$, 则 $f(x-1) < \frac{1}{2}$ 的解集为 ()

- | | |
|-------------------------------------|---|
| A. $(0, 2)$ | B. $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ |
| C. $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$ | D. $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ |

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是()

- A. $y = \sqrt{x^2}$ 与 $y = x$ 是同一个函数
- B. 若函数 $f(x+1)$ 的定义域为 $[1, 4]$, 则函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2, 5]$
- C. 函数 $y = \frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$ 的最小值是 2
- D. 已知 $p: x > a$ 是 $q: 2 < x < 3$ 的必要不充分条件, 则实数 a 的取值范围是 $a \leq 2$

10. 若 $a > b > 0$ $c \in R$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ac^2 > bc^2$ C. $\frac{b}{a} < \frac{b+1}{a+1}$ D. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

11. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 且满足下列条件:

- ①对任意的实数 $x > 0, y > 0$, 都有 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2$;
②对任意的实数 $x > 0$, 都有 $f(x) > -2$;
③ $f(1) = -1$. 则下列说法正确的有 ()

- A. $f(2) = 0$
 B. $f(0) = -2$
 C. 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减
 D. 不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

12. $f(x) = \min\{|2x-3|, x^2, |2x+3|\}$, 其中 $\min\{x, y, z\}$ 表示 x, y, z 中的最小者, 下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 为偶函数
- B. 若 $f(x) = k|x|$ 有 7 个根, 则 $0 < k \leq 1$
- C. 当 $x \in \left(-\infty, -\frac{3}{4}\right]$ 时, 有 $f\left(x + \frac{3}{2}\right) \leq f(x)$
- D. 当 $x \in [-3, 3]$ 时, $f[f(x)] \leq f(x)$

三、填空题,共4小题,每小题5分,共20分.

13. 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 的定义域为_____.

14. 不等式 $1 - \frac{1}{x} > 0$ 的解集是 _____.

15. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq a\}$, 集合 $B = \{x | m^2 + 2 \leq x \leq m^2 + 4\}$, 如果命题“ $\exists m \in R, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 则实数 a 的取值范围为_____.

16. 已知 $x > 0, y > 0, z > 0$, 则 $\frac{(x^2 + 2y^2 + z^2)^2 + 1}{xy + 3yz}$ 的最小值为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知不等式 $ax^2 + (a-b)x + 1 - a < 0$ 的解集为 $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 1\right\}$.

(1) 求实数 a, b 的值

(2) 若 $m > 0, n > 0$, 且 $am + bn = 1$, 求 $\frac{2}{n} + \frac{n}{m}$ 的最小值.

18. 已知集合 $A = \left\{x \mid \frac{3x-1}{x+1} < 2\right\}$, $B = \{x \mid m-1 < x < 2m+1\}$.

(1) 若 $m = 2$ 时, 求 $A \cap B, A \cup B$;

(2) 若 $A \cup B = A$, 求实数 m 的取值范围.

19. 已知定义在 R 上的函数满足: $f(x) + 2f(-x) = x^2 - 2x + 3$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 若不等式 $f(x) \leq 2ax - 1$ 在 $[1, 3]$ 上恒成立. 求实数 a 的取值范围.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{4x + a - b}{ax^2 + 9}$ 定义在 $(-3, 3)$ 上的奇函数, 且 $f(1) = \frac{2}{5}$.

(1) 求 a, b ;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-3, 3)$ 上的单调性并加以证明;

(3) 解不等式 $f(-x^2 + x - 1) + f(x + 1) \geq 0$.

21. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

(1) 求 $f\left(\frac{1}{2}\right), f(f(1))$ 的值;

(2) 当 $x < 0$ 时, 求函数 $f(x)$ 的表达式;

(3) 若函数 $f(x)$ 的图象与直线 $y = kx$ 四个不同的交点, 求实数 k 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$.

(1) 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值为 $g(a)$, 求函数 $g(a)$ 的表达式;

(2) 若 $g(a) = 2$. 关于 x 的方程 $f\left(x + \frac{4}{|x|}\right) - k\left(x + \frac{4}{|x|}\right) + 2k + 1 = 0$ 有两个不等的实根, 求实数 k 的取值范围.