

# 西南大学附中 2022 — 2023 学年度上期期中考试

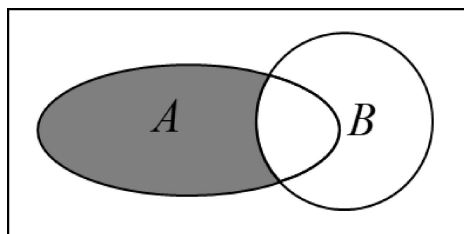
## 高一数学试题

注意事项:

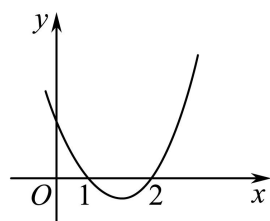
1. 答题前考生务必把自己的拉名. 准考证号填互各是卡上.
2. 回答这择题时用 2B 的乙格各是卡上对已是口的答案长号涂黑: 回答非选择题时, 用 05 毫米签字笔件签写在答题卡上. 日狂本式互上无效.
3. 考试结象后, 将答题卡文回 (认题总自己保行, 以各评决).

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 若全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq 3\}$ , 则图中阴影部分表示的集合为 ( )



- A.  $\{3, 4, 5, 6\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{0, 1, 2, 3\}$       D.  $\{4, 5, 6\}$
2. 已知  $f(2x+1) = 2x^2 + 3$ . 则  $f(3) =$  ( )
- A. 5      B. 11      C. 18      D. 21
3. 已知集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则集合  $C = \{z \mid z = x + y, x \in A, y \in B\}$  的真子集个数为 ( )
- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8
4. 已知  $-1 < x < 2$ ,  $0 < y < 6$ , 则  $2x - y$  的取值范围是 ( )
- A.  $-2 < 2x - y < 10$       B.  $-8 < 2x - y < 4$
- C.  $-8 < 2x - y < 6$       D.  $-4 < 2x - y < 8$
5. 函数  $f(x) = x^2 + 2(1-m)x + 3$  在区间  $(-\infty, 4]$  上单调递减, 则  $m$  的取值范围是 ( )
- A.  $[-3, +\infty)$       B.  $[5, +\infty)$       C.  $(-\infty, 5]$       D.  $(-\infty, -3]$
6. 函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图所示. 则不等式  $\frac{cx+a}{ax+b} < 0$  的解集是 ( )



- A.  $\{x \mid -3 < x < -\frac{1}{2}\}$       B.  $\{x \mid -3 < x < 2\}$
- C.  $\{x \mid x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > 3\}$       D.  $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 3\}$
7.  $y = 1 + x + \sqrt{1-2x}$  的值域是 ( )
- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $(-\infty, \frac{15}{8}]$       C.  $[\frac{3}{2}, +\infty)$       D.  $[0, +\infty)$

8. 已知偶函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 当  $x \in [0, +\infty)$  时,  $f(x) = \frac{2-x}{x+1}$ , 则  $f(x-1) < \frac{1}{2}$  的解集为 ( )

- A.  $(0, 2)$       B.  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$
- C.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$       D.  $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是 ( )

- A.  $y = \sqrt{x^2}$  与  $y = x$  是同一个函数
- B. 若函数  $f(x+1)$  的定义域为  $[1, 4]$ , 则函数  $f(x)$  的定义域为  $[2, 5]$
- C. 函数  $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+4}}$  的最小值是 2
- D. 已知  $p: x > a$  是  $q: 2 < x < 3$  的必要不充分条件, 则实数  $a$  的取值范围是  $a \leq 2$

10. 若  $a > b > 0$   $c \in \mathbf{R}$ , 则下列不等式一定成立的是 ( )

- A.  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$       B.  $ac^2 > bc^2$       C.  $\frac{b}{a} < \frac{b+1}{a+1}$       D.  $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$

11. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且满足下列条件:

①对任意的实数  $x > 0, y > 0$ , 都有  $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2$ ;

②对任意的实数  $x > 0$ , 都有  $f(x) > -2$ ;

③  $f(1) = -1$ . 则下列说法正确的有 ( )

- A.  $f(2) = 0$
- B.  $f(0) = -2$
- C. 函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减
- D. 不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

12.  $f(x) = \min\{|2x-3|, x^2, |2x+3|\}$ , 其中  $\min\{x, y, z\}$  表示  $x, y, z$  中的最小者, 下列说法正确的是 ( )

- A. 函数  $f(x)$  为偶函数
- B. 若  $f(x) = k|x|$  有 7 个根, 则  $0 < k \leq 1$
- C. 当  $x \in (-\infty, -\frac{3}{4}]$  时, 有  $f(x + \frac{3}{2}) \leq f(x)$
- D. 当  $x \in [-3, 3]$  时,  $f[f(x)] \leq f(x)$

三、填空题, 共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$  的定义域为 \_\_\_\_\_.

14. 不等式  $1 - \frac{1}{x} > 0$  的解集是 \_\_\_\_\_.

15. 已知集合  $A = \{x \mid 0 \leq x \leq a\}$ , 集合  $B = \{x \mid m^2 + 2 \leq x \leq m^2 + 4\}$ , 如果命题“ $\exists m \in \mathbf{R}, A \cap B \neq \emptyset$ ”为假命题, 则实数  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $x > 0, y > 0, z > 0$ , 则  $\frac{(x^2 + 2y^2 + z^2)^2 + 1}{xy + 3yz}$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知不等式  $ax^2 + (a - b)x + 1 - a < 0$  的解集为  $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 1\right\}$ .

(1) 求实数  $a, b$  的值

(2) 若  $m > 0, n > 0$ , 且  $am + bn = 1$ , 求  $\frac{2}{n} + \frac{n}{m}$  的最小值.

18. 已知集合  $A = \left\{x \mid \frac{3x - 1}{x + 1} < 2\right\}, B = \{x \mid m - 1 < x < 2m + 1\}$ .

(1) 若  $m = 2$  时, 求  $A \cap B, A \cup B$ ;

(2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

19. 已知定义在  $R$  上的函数满足:  $f(x) + 2f(-x) = x^2 - 2x + 3$ .

(1) 求函数  $f(x)$  的表达式;

(2) 若不等式  $f(x) \leq 2ax - 1$  在  $[1, 3]$  上恒成立. 求实数  $a$  的取值范围.

20. 已知函数  $f(x) = \frac{4x + a - b}{ax^2 + 9}$  定义在  $(-3, 3)$  上的奇函数, 且  $f(1) = \frac{2}{5}$ .

(1) 求  $a, b$ ;

(2) 判断函数  $f(x)$  在  $(-3, 3)$  上的单调性并加以证明;

(3) 解不等式  $f(-x^2 + x - 1) + f(x + 1) \geq 0$ .

21. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数, 当  $x \geq 0$  时,  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ .

(1) 求  $f\left(\frac{1}{2}\right), f(f(1))$  的值;

(2) 当  $x < 0$  时, 求函数  $f(x)$  的表达式;

(3) 若函数  $f(x)$  的图象与直线  $y = kx$  四个不同的交点, 求实数  $k$  的取值范围.

22. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ .

(1) 函数  $f(x)$  在  $[1, 2]$  上的最小值为  $g(a)$ , 求函数  $g(a)$  的表达式;

(2) 若  $g(a) = 2$ . 关于  $x$  的方程  $f\left(x + \frac{4}{|x|}\right) - k\left(x + \frac{4}{|x|}\right) + 2k + 1 = 0$  有两个不等的实根, 求实数  $k$  的取值范围.