

# 重庆育才中学高 2025 届高一（上）13~17 班周考

## 数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $M = \{x | x^2 + 3x - 5 \leq 0\}$ ， $N = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，则  $M \cap N = ( \quad )$  .

A.  $\{-3, -2, -1, 0, 1\}$

B.  $\{-2, -1, 0\}$

C.  $\{-2, -1, 0, 1\}$

D.  $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 命题“ $\exists x_0 \in (0, +\infty)$ ， $x^2 = x - 1$ ”的否定是  $( \quad )$

A.  $x_0 \in (0, +\infty)$ ， $x^2 \neq x - 1$

B.  $\exists x_0 \notin (0, +\infty)$ ， $x^2 = x - 1$

C.  $\forall x \in (0, +\infty)$ ， $x^2 \neq x - 1$

D.  $\forall x \notin (0, +\infty)$ ， $x^2 = x - 1$

3. 已知  $p: \{x | x(x-2) < 0\}$ ，那么  $p$  的一个充分不必要条件是  $( \quad )$

A.  $1 < x < 3$

B.  $-1 < x < 1$

C.  $0 < x < 1$

D.  $0 < x < 3$

4. 十六世纪中叶，英国数学家雷科德在《砺智石》一书中首先把“=”作为等号使用，后来英国数学家哈利奥特首次使用“<”和“>”符号，并逐渐被数学界接受，不等号的引入对不等式的发展影响深远. 若  $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则下列命题正确的是  $( \quad )$  .

A. 若  $a > b$ ，则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. 若  $a > b$ ，则  $a^2 - ab \geq ba - b^2$

C. 若  $a > b > c > 0$ ，则  $\frac{b}{a-b} > \frac{c}{a-c}$

D. 若  $a > b > c > 0$ ，则  $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$

5. 函数  $y = \frac{1}{4+3x-x^2}$  的单调增区间为  $( \quad )$

A.  $\left[\frac{3}{2}, +\infty\right)$

B.  $\left(-1, \frac{3}{2}\right]$

C.  $\left[\frac{3}{2}, 4\right)$  和  $(4, +\infty)$

D.  $(-\infty, -1) \cup \left(-1, \frac{3}{2}\right]$

6. 已知  $x > 0$ ， $y > 0$  且  $y + 4x - xy = 0$ ，若  $x + y \geq m^2 + 8m$  恒成立，则实数  $m$  的取值范围是  $( \quad )$

A.  $\{m | -9 < m < 1\}$

B.  $\{m | m \leq -3\}$

C.  $\left\{m \left| m \geq \frac{1}{2} \right.\right\}$

D.  $\{m | m \geq 1\}$

7. 定义域为  $\mathbf{R}$  的奇函数  $f(x)$  在区间  $(-\infty, 0)$  上单调递减，且  $f(2) = 0$ ，则满足  $xf(x) < 0$  的  $x$  的取值范围是  $( \quad )$

A.  $(-2,0) \cup (0,2)$     B.  $(-\infty,-2) \cup (0,2)$     C.  $(-2,0) \cup (2,+\infty)$     D.  $(-\infty,-2) \cup (2,+\infty)$

8. 若对  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ , 有  $f(x+y) = f(x) + f(y) - 4$ , 则函数  $g(x) = \frac{2x}{x^2+1} + f(x)$  在  $[-2018, 2018]$  上的最大值和最小值的和为 ( )

A. 4                      B. 8                      C. 6                      D. 12

二、选择题：本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 定义域为  $\mathbb{R}$  的函数  $f(x)$  在  $(8, +\infty)$  上是减函数, 若函数  $y = f(x+8)$  是偶函数, 则

A.  $f(6) > f(7)$                       B.  $f(6) > f(9)$   
C.  $f(7) = f(9)$                       D.  $f(7) > f(10)$

10. 对于给定的实数  $a$ , 关于实数  $x$  的一元二次不等式  $a(x+a)(x-1) > 0 (a < 0)$  的解集可能为 (

A.  $\{x | -1 < x < 0\}$                       B.  $\{x | -a < x < 1\}$   
C.  $\{x | 1 < x < -a\}$                       D.  $\{x | x < -a \text{ 或 } x > 1\}$

11. 已知  $a > 0, b > 0$  且  $a+b=1$ , 则下列说法正确的是 (

A.  $\frac{1}{a^2+b^2}$  最大值为 2                      B.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  最小值为 4  
C.  $ab$  最小值为  $\frac{1}{4}$                       D.  $\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)$  最小值为 9

12. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbb{R}$ , 且  $f(x+1)$  是奇函数,  $f(x+2)$  是偶函数, 则 (

A.  $f(x+1) + f(-x+1) = 0$                       B.  $f(-x) = f(x)$   
C.  $f(x+4) = -f(x)$                       D.  $f(x+8) = f(x)$

三、填空题：本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知  $f(\sqrt{x}+1) = 2\sqrt{x}+5$ , 则  $f(2) =$  \_\_\_\_\_.

14. 请写出一个使“函数  $f(x) = \sqrt{x^2+a} + \frac{1}{\sqrt{x^2+a}}$  的最小值为 2”为真命题的  $a$  的值 \_\_\_\_\_.

15. 2022 年 9 月, 突如其来的疫情使贵阳市按下了暂停键, 某县抽调了 150 名医护人员支援贵阳进行核酸样本的采集与检测工作, 为了更好的安排工作, 现对这些医护人员的工作意向 (样本采集、检测) 进行调查, 其中愿意样本采集的人数是全体的五分之三, 愿意检测的人数比愿意采集的人数多三人, 请问两种工作都愿意的人数有 \_\_\_\_\_.

16. 若函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} + 3, & x \leq 0 \\ (x-2)^2, & 0 < x \leq a \end{cases}$  的定义域和值域的交集为空集, 则正数  $a$  取值范围是 \_\_\_\_\_.

四、解答题：本大题 6 个小题，共 70 分，解答时应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程，并答在答题卡相应的位置上.

17. (本小题 10 分) 已知函数  $f(x) = \sqrt{4-x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  的定义域为  $A$ ，集合  $B = \{x | 1-a < x < 1+a\}$ .

(1) 当  $a=2$  时，求  $A \cap C_R B$ ;

(2) 若  $B \subseteq A$ ，求  $a$  的取值范围.

18. (本小题 12 分)

已知函数  $f(x) = \frac{3+x}{1+x}$ .

(1) 求  $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right)$  的值;

(2) 求证:  $-f(a) + f\left(\frac{1}{a}\right)$  是定值;

(3) 求  $2f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + \cdots + f(2021) + f\left(\frac{1}{2021}\right) + f(2022) + f\left(\frac{1}{2022}\right)$  的值.

19. (本小题 12 分) 某书商为提高某套丛书的销量，准备举办一场展销会，据某市场调查，当每套丛书的售价定为  $x$  元时，销售量可达到  $(15-0.1x)$  万套. 现出版社为配合该书商的活动，决定进行价格改革，将每套丛书的供货价格分为固定价格和浮动价格两部分. 其中固定价格为 30 元，浮动价格 (单位：元) 与销售量 (单位：万套) 成反比，比例系数为 10. 假设不计其他成本，即销售每套丛书的利润 = 售价 - 供货价格. 求：

(1) 每套丛书的售价定为 100 元时，书商所获得的总利润.

(2) 每套丛书的售价定为多少元时，单套丛书的利润最大.

20. (本小题 12 分) 已知函数  $y = (m+1)x^2 - mx + m - 1$  ( $m \in \mathbb{R}$ ).

(1) 若  $y = (m+1)x^2 - mx + m - 1$  在  $[1, 2]$  是单调函数, 求实数  $m$  的取值范围;

(2) 当  $m > -2$  时, 解不等式  $y \geq m$ .

21. (本小题 12 分) 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - 4mx + m < 0$  的解集为  $(x_1, x_2)$ .

(1) 当  $m=1$  时, 求  $\frac{1}{x_1-4} + \frac{1}{x_2-4}$  的值;

(2) 若  $x_1 > 0, x_2 > 0$ , 求  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 求  $x_1 + 4x_2$  的最小值.

22. (本小题 12 分) 若函数  $f(x)$  在定义域的某个区间  $[m, n]$  ( $m < n$ ) 上的值域恰为  $[km, kn]$  ( $k > 0$ ), 则称函数  $f(x)$  为  $[m, n]$  上的  $k$  倍域函数,  $[m, n]$  称函数  $f(x)$  的一个  $k$  倍域区间. 已知函数  $h(x) = x^2 + ax + b$ , 且关于  $x$  的不等式  $h(x) < 0$  的解集为  $(-2, 2)$ .

(1) 求实数  $a, b$  的值;

(2) 若  $g(x) = \frac{4x}{h(x)+5}$  ( $x \in [0, 1]$ ), 是否存在  $k \in \mathbb{N}_+$  使得函数  $g(x)$  为定义域内的某个区间  $[m, n]$  上的  $k$  倍域函数? 若存在, 请求出  $k$  的值; 若不存在, 请说明理由.