

一、单项选择题: 每小题 5 分, 共 40 分, 每小题只有一个正确选项

1. 设全集 $U = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{5}{2} < x \leq 3\right\}$, $A = \{-1, 1, 3\}$, 则 $C_U A =$ (A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{2\}$ C. $\{-1, 1, 3\}$ 2. 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}$, 使 $x^2 - 2x + 1 \neq 0$ ”的否定是(A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 = 0$ C. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 2x + 1 \neq 0$ 3. 已知命题 $p: 2 < x \leq 3$, 命题 $q: x^2 - 5x + 4 < 0$, 则 p 是 q 的(

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 $x > 2$, 当 $y = x + \frac{4}{x-2}$ 取得最小值时, x 的值为(

A. 6

B. 5

C. 4

D. 3

5. 设实数 a, b 均不为 0, 且 $a < b$, 给出下列四个结论: ① $a^2 < b^2$; ② $a + \frac{1}{a} < b + \frac{1}{b}$; ③ $\frac{a}{b} < 1$; ④ 若 $c < 0$,则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 其中结论正确的序号为 (

A. ①④

B. ②④

C. ②③④

D. ②③

6. 已知 $2 < a - b < 6$, $1 < b < 2$, 则 $\frac{a}{a-b+1}$ 的取值范围是(A. $\left(\frac{1}{7}, \frac{2}{3}\right)$ B. $(-1, 1)$ C. $\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{3}\right)$ D. $\left(\frac{1}{5}, \frac{2}{3}\right]$ 7. 对任意的 $x < 0$, $x^2 - mx + 1 > 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是(A. $\{m \mid m < -2\}$ 8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ 2x^2 + (2k-1)x - k < 0 \end{cases}$ 的解集中仅包含两个整数, 则实数 k 的取值范围为 ()A. $\{k \mid -3 \leq k < -2 \text{ 或 } 1 \leq k < 2\}$ B. $\{k \mid -3 \leq k < -2 \text{ 或 } 1 \leq k\}$ C. $\{k \mid -7 < k \leq -6 \text{ 或 } 4 \leq k \leq 5\}$ D. $\{k \mid -7 \leq k < -6 \text{ 或 } 4 < k \leq 5\}$

二、多项选择题: 本大题共 4 个小题, 每题 5 分, 共 20 分

9. 已知 $a > b, c > d$, 则下列不等关系正确的是(A. $ac^2 > bc^2$ B. $a-d > b-c$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

10. 下列说法不正确的是(

A. 命题“三角形的内角和不少于 180° ”是假命题B. 若集合 $\{x \mid ax^2 + (1-a)x - 3 = 0\}$ 只有 2 个子集, 则 $a = 0$ C. 不等式 $\frac{x-1}{2-x} \geq 0$ 的解集是 $\{x \mid 1 \leq x < 2\}$ D. 已知 $1 < x < 2, \frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$, 则 $x-y$ 的取值范围是 $\frac{1}{4} < x-y < \frac{3}{4}$ 11. 已知 a, b 均为正实数, 且 $2a+b=2$, 则(A. $ab \leq \frac{1}{2}$ B. $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq \frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} \geq 2$ 12. 设集合 $M = \{t \mid t = x^2 - y^2, x, y \in \mathbb{Z}\}$, 对 $\forall k \in \mathbb{Z}$, 形如 $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$ 的数中, 是集合 M 中的元素的有()A. $4k+3$ B. $4k+2$ C. $4k+1$ D. $4k$

三、填空题: (每小题 5 分, 共 20 分, 请将正确答案直接填写在答题卷相应位置上)

13. 集合 $A = \left\{1, a, \frac{a}{a}\right\} = \{0, a, a+b\}$, 则 $a^{2022} + b =$ _____.14. 已知不等式 $x^2 - ax + 1 < 0$ 的解集为 $\{x \mid x_1 < x < x_2\}$, 且 $|x_1 - x_2| = \sqrt{5}$, 则实数 $a =$ _____.15. 某学校打印社花费 5 万元购进了一套先进印刷设备, 该设备每年的管理费是 0.45 万元, 使用 x 年时, 总的维修费用为 $\frac{(x+1)x}{20}$ 万元, 则这套设备最多使用 _____ 年的年平均费用最少, 这个最少的费用是 _____ 万元. (注: 年平均费用 = $\frac{\text{总费用}}{\text{年限}}$)16. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $x+y=1$, 则 $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+2y}$ 的最小值为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本题 10 分)

已知集合 $A = \{x \mid -4 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 1\}$.(1) 求 $A \cap B, A \cup B$;(2) 求 $(C_{\mathbb{R}} A) \cup B$.

18.(本题 12 分)

已知 $p > 0, q > 0$, 关于 x 的不等式 $x^2 - px - 2 < 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < q\}$.

(1) 求 p, q 的值;

(2) 若正实数 a, b 满足 $\frac{p}{a} + \frac{q}{b} = 1$, 求 $2a + b$ 的最小值.

19.(本题 12 分)

已知集合 $A = \{x | (x-5)(x+2) \leq 0\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $B \neq \emptyset$.

(1) 若“命题 $p: \exists x \in A, x \in B$ ”是真命题, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若命题 $r: x \in A$ 是命题 $s: x \in B$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

20.(本题 12 分)

解关于 x 的不等式: $\frac{x+a}{x-1} > 2 (a \in \mathbb{R})$.

21.(本题 12 分)

重庆轨道交通给市民出行带来很大方便, 某条轻轨线路通车后, 轻轨的发车时间间隔 t (单位: 分钟) 满足 $2 \leq t \leq 20$. 经市场调研测算, 轻轨的载客量与发车时间间隔 t 相关, 当 $10 \leq t \leq 20$ 时, 轻轨为满载状态, 载客量为 400 人; 当 $2 \leq t < 10$ 时, 载客量会减少, 减少的人数与 $(10-t)$ 的平方成正比, 且发车时间间隔 t 为 2 分钟时的载客量为 272 人. 记这列轻轨载客量为 $p(t)$.

(1) 求 $p(t)$ 的表达式, 并求当发车时间间隔为 8 分钟时, 轻轨的载客量;

(2) 若该线路每分钟的净收益为 $Q = \frac{6p(t)-1500}{t} - 60$ (元), 问当发车时间间隔 t 为多少时, 该线路每分钟的净收益 Q 最大?

22.(本题 12 分)

设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 其中 $a, b, c \in \mathbb{R}$.

(1) 若不等式 $f(x) > -2x$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$, 且方程 $f(x) + 6a = 0$ 有两个相等的实数根, 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 在(1)的条件下, 设 $g(x) = 3x - 2m (-2 \leq x \leq 2)$, 若对任意 $x_1 \in [1, 4]$, 总存在 $x_0 \in [-2, 2]$, 使得

$g(x_0) = f(x_1)$ 成立, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若 $a, b, c \in \mathbb{Z}$, 且 $f(0), f(1)$ 均为奇数, 求证: 方程 $f(x) = 0$ 无整数根.

重庆育才中学高2025级周考4 数学试题

一、单项选择题：每小题 5 分，共 40 分。每小题只有一个正确选项

1. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | -\frac{5}{2} < x \leq 3\}$, $A = \{-1, 1, 3\}$, 则 $C_U A =$ (C)
- A. $\{-3, -2, 0, 2\}$ B. $\{0, 2, 3\}$ C. $\{-2, 0, 2\}$ D. $\{-1, 1, 3\}$

2. 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}$, 使 $x^2 - 2x + 1 \neq 0$ ”的否定是 (B)
- A. $\exists x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 1 \neq 0$ B. $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 1 = 0$
C. $\forall x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 1 \neq 0$ D. $\exists x \in \mathbb{R}$, $x^2 - 2x + 1 = 0$

3. 已知命题 $p: 2 < x \leq 3$, 命题 $q: x^2 - 5x + 4 < 0$, 则 p 是 q 的 (A)
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 $x > 2$, 当 $y = x + \frac{4}{x-2}$ 取得最小值时, x 的值为 (C)
- A. 6 B. 5 C. 4 D. 3

5. 设实数 a, b 均不为 0, 且 $a < b$, 给出下列四个结论: ① $a^2 < b^2$; ② $a|a| < b|b|$; ③ $\frac{a}{b} < 1$; ④ 若 $c < 0$,

则 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$. 其中结论正确的序号为 (B)

- A. ①④ B. ②④ C. ①②④ D. ②③

6. 已知 $2 < a - b < 6$, $1 < b < 2$, 则 $\frac{b}{a-b+1}$ 的取值范围是 (A)

- A. $(\frac{1}{7}, \frac{2}{3})$ B. $(\frac{1}{7}, \frac{1}{3})$ C. $(\frac{1}{5}, \frac{2}{3})$ D. $(\frac{1}{7}, \frac{2}{3})$

7. 对任意的 $x < 0$, $x^2 - mx + 1 > 0$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 (C)

- A. $\{m | -2 < m < 2\}$ B. $\{m | m > 2\}$ C. $\{m | m > -2\}$ D. $\{m | m \leq -2\}$

8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0 \\ 2x^2 + (2k-1)x - k < 0 \end{cases}$ 的解集中仅包含两个整数, 则实数 k 的取值范围为 (D)

- A. $\{k | -3 \leq k < -2 \text{ 或 } 1 \leq k < 2\}$ B. $\{k | -3 \leq k < -2 \text{ 或 } 1 \leq k\}$
C. $\{k | -7 < k \leq -6 \text{ 或 } 4 \leq k \leq 5\}$ D. $\{k | -7 \leq k < -6 \text{ 或 } 4 < k \leq 5\}$

二、多项选择题：本大题共 4 个小题，每题 5 分，共 20 分

9. 已知 $\frac{3}{a} > \frac{1}{b}, \frac{2}{c} > \frac{0}{d}$, 则下列不等关系正确的是 (ABD)

- A. $ac^2 > bc^2$ B. $a - d > b - c$ C. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ D. $a^3 > b^3$

10. 下列说法不正确的是 (AD)
- A. 命题“三角形的内角和不少于 180° ”是假命题
B. 若集合 $\{x | ax^2 + (1-a)x - 3 = 0\}$ 只有 2 个子集, 则 $a = 0$
C. 不等式 $\frac{x-1}{2-x} \geq 0$ 的解集是 $\{x | 1 \leq x < 2\}$
D. 已知 $1 < x < 2, \frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$, 则 $x-y$ 的取值范围是 $-\frac{1}{4} < x-y < \frac{1}{2}$

11. 已知 a, b 均为正实数, 且 $2a + b = 2$, 则 (AD)
- A. $ab \leq \frac{1}{2}$ B. $a^2 + \frac{b^2}{4} \geq \frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} \geq 2$ D. $a^2 + b^2 \geq 1$
12. 设集合 $M = \{t | t = x^2 - y^2, x, y \in \mathbb{Z}\}$, 对 $\forall k \in \mathbb{Z}$, 形如 $4k, 4k+1, 4k+2, 4k+3$ 的数中, 是集合 M 中的元素的有 ()
- A. $4k+3$ B. $4k+2$ C. $4k+1$ D. $4k$

三、填空题：(每小题 5 分，共 20 分，请将正确答案直接填写在答题卡相应位置上)

13. 集合 $A = \{1, \frac{b}{a}\} = \{0, a^2, a+b\}$, 则 $a^{2022} + b =$ 1

14. 已知不等式 $x^2 - ax + 1 < 0$ 的解集为 $\{x | x_1 < x < x_2\}$, 且 $|x_1 - x_2| = \sqrt{5}$, 则实数 $a = \pm 3$

15. 某学校打印社花费 5 万元购进了一套先进印刷设备, 该设备每年的管理费是 0.45 万元, 使用 x 年时, 总的维修费用为 $\frac{(x+1)x}{20}$ 万元. 则这套设备最多使用 10 年的年平均费用最少, 这个最少的费用是

1.65 万元. (注: 年平均费用 = $\frac{\text{总费用}}{\text{年限}}$)

16. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $x + y = 1$, 则 $\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+2y}$ 的最小值为

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本题 10 分)

已知集合 $A = \{x | -4 \leq x \leq 2\}, B = \{x | -1 < x < 3\}$.

- (1) 求 $A \cap B, A \cup B$;
(2) 求 $(C_R A) \cup B$.

