

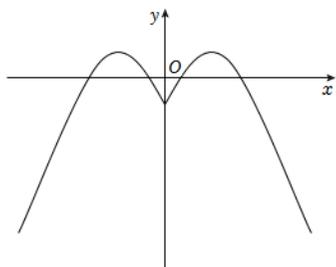
重庆八中 2022—2023 学年度（上）高一年级第二次月考

数学试题

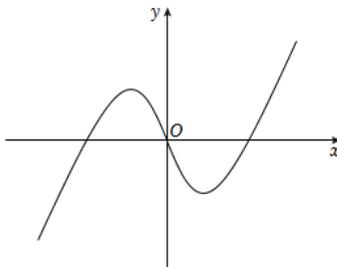
命题：邓入文、熊金鑫 审核：熊金鑫 打印：邓入文 校对：罗金贤

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

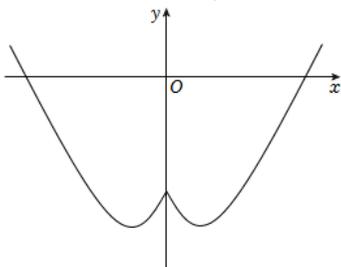
- 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 3\}$, $B = \{x | 1 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $(0, 1]$ B. $[1, 3)$ C. $[3, 4)$ D. $(0, 4]$
- 命题“ $\exists x > 0, e^x + x^2 - 2 < 0$ ”的否定为
 A. $\exists x > 0, e^x + x^2 - 2 \geq 0$ B. $\exists x \leq 0, e^x + x^2 - 2 \geq 0$
 C. $\forall x > 0, e^x + x^2 - 2 \geq 0$ D. $\forall x \leq 0, e^x + x^2 - 2 \geq 0$
- 在用“二分法”求函数 $f(x)$ 零点近似值时，若第一次所取区间为 $[-2, 6]$ ，则第二次所取区间可能是
 A. $[-2, -1]$ B. $[-1, 1]$ C. $[3, 4]$ D. $[-2, 2]$
- 函数 $y = \lg(x^2 - 6x + 8)$ 的单调递减区间为
 A. $(-\infty, 2)$ B. $(-\infty, 3)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(4, +\infty)$
- 已知 $a = 0.2^{-0.3}, b = \log_{0.2} 0.3, c = \log_{0.2} 3$, 则 a, b, c 的大小关系是
 A. $c > a > b$ B. $a > b > c$ C. $b > c > a$ D. $a > c > b$
- 函数 $y = (x^2 - 1) \cdot 2^{|x|}$ 的图象大致是



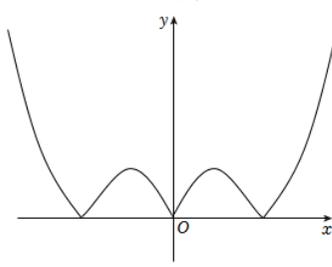
A.



B.



C.



D.

7. 计算机中常用十六进制是逢 16 进 1 的计数制，采用数字 0~9 和字母 A~F 共 16 个计数符号，这些符号与十进制的数的对应关系如表：

16 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
10 进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

例如：十进制数“28”用十六进制表示就是“1C”（因为 $28 = 16 + 12$ ），同理，用十进制表示的加法“ $14 + 13 = 27$ ”，在十六进制下的加法为“ $E + D = 1B$ ”，

那么，在十六进制下， $C \times D =$

- A. 9C B. 84 C. 5F D. 6E

8. 设 $m < \frac{1}{4}$ ， $\left(4x^2 + m - \frac{1}{2}\right)(3x + n - 1) \geq 0$ 对 $\forall x \in (m, n)$ 恒成立，则 $n - m$ 的最大值为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$ ，则下列说法正确的是

- A. 若 $ab > 0$ ，则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ B. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$
 C. 若 $|a| > |b|$ ，则 $a^2 > b^2$ D. 若 $a > b$ ，则 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

10. 设函数 $f(x) = 2^x$ ，对于任意的 $x_1, x_2 (x_1 \neq x_2)$ ，下列命题正确的是

- A. $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$
 B. $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) + f(x_2)$
 C. $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$
 D. $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$

11. 设正实数 x, y ，满足 $x + 2y = 2$ ，则

- A. $y \in (0, 1)$ B. $\log_2 x + \log_2 y$ 的最大值为 -2
 C. $x^2 + y^2$ 的最小值为 $\frac{4}{5}$ D. $2^x + 4^y$ 的最小值为 4

12. 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 对任意实数 x, y 都有 $f(x + y) + f(x - y) = 2f(x)f(y)$ ，且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ ，则以下结论正确的有

- A. $f(0) = -1$ B. $f(x)$ 是偶函数
 C. $f(x)$ 关于 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 中心对称 D. $f(1) + f(2) + \dots + f(2022) = 0$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填写在答题卡相应位置。

13. 函数 $f(x) = \sqrt{4-x^2} + \frac{1}{x-2}$ 的定义域为_____。

14. 已知 $a - \frac{1}{a} = 2$ ，则 $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ _____。

15. 已知函数 $f(x) = e^{|x-a|}$ (a 为常数)。若 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上是增函数，则 a 的取值范围是_____。

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} |2^x - 1|, & x \leq 2 \\ -x + 5, & x > 2 \end{cases}$ ，若方程 $f^2(x) - mf(x) + m = 0$ 有 4 个不同的实数根，则实数 m 的取值范围是_____。

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)

已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a - 1 \leq 0\}$ ，

(1) 当 $a = 5$ ，求集合 A ；

(2) 若集合 $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ，且 $A \cup B = A$ ，求 a 的取值范围。

18. (本小题满分 12 分)

已知幂函数 $f(x) = (a^2 - 3a + 3)x^a$ 为偶函数。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若函数 $g(x) = f(x) + (2m-1)x - 3$ 在 $[-1, 3]$ 上的最大值为 2，求实数 m 的值。

19. (本小题满分 12 分)

已知 $g(x) = x + \ln x$ ，

(1) 用定义证明 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增；

(2) 解不等式 $x^2 - x - 2 < \ln(x+2) - 2\ln x$ 。

20. (本小题满分 12 分)

把物体放在冷空气中冷却, 如果物体原来的温度是 $\theta_1^\circ\text{C}$, 空气的温度是 $\theta_0^\circ\text{C}$, 那么 $t(\text{min})$ 后物体的温度 θ (单位: $^\circ\text{C}$) 可由公式 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ 求得, 其中 k 是一个随着物体与空气的接触状况而定的正常数, e 是自然对数的底数. 现有 85°C 的物体, 放在 5°C 的空气中冷却, 10min 以后物体的温度是 45°C .

(1) 求 k 的值;

(2) 求该物体的温度由 85°C 降到 30°C 所需要的冷却时间.

(冷却时间精确到 0.1min , 参考数据: $\log_2 5 \approx 2.322$)

21. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = 2^x - \frac{a}{2^x}$, 且 $f(1+x) + f(1-x) = 0$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 恒成立,

(1) 求实数 a 的值;

(2) 当 $h(x) = f(x) + x^3 - 3x^2 + 3x$, 求证: 函数 $h(x)$ 的图象是中心对称图形, 并求对称中心.

22. (本小题满分 12 分)

已知定义在 \mathbf{R} 的函数 $f(x)$ 满足以下条件:

① $f(1) = 1$;

② 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$;

③ 对 $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 均有 $f(x+y) = f(x)f(y) + f(x) + f(y)$.

(1) 求 $f(0)$ 和 $f(3)$ 的值;

(2) 判断并证明 $f(x)$ 的单调性;

(3) 求不等式 $f[f(x)] \geq \frac{7-f(x+1)}{1+f(x+1)}$ 的解集.