重庆八中 2022-2023 学年度高一（上）第一次月考
数 学 试 题 参 考 答 案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	A	B	B	D	C	D

详细解答：

【1】因为 $C_uA=\{4,5,6,7,8\}, C_UB=\{1,2,3,4,8\}$，所以 $C_UA\bigcap C_UB=\{4,8\}$，故选 A

【2】"$\exists x_0\in \mathrm{R}$，使得 $x_0^2>x_0-1$"的否定是"$\forall x\in \mathrm{R}$，都有 $x^2\le x-1$".故选：C

【3】对于不等式 $\dfrac{2}{a}<1$，可解得 $a>2$ 或 $a<0$.所以 $a>2$ 可以推出 $\dfrac{2}{a}<1$，而 $\dfrac{2}{a}<1$ 不可以推出 $a>2$.所以"$a>2$"是"$\dfrac{2}{a}<1$"的充分不必要条件.故选 A

【4】由 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\ge 2\\ x^2-2x+5, & x<2\end{cases}$，$f(f(1))=f(4)=2$.故选：B

【5】A：$y=x-1$ 的定义域为 R，$y=\dfrac{x^2}{x}-1$ 的定义域为 $\{x|x\neq 0\}$，定义域不同，故不是同一函数；

B：$y=\dfrac{x^4-1}{x^2+1}, y=x^2-1$ 两函数定义域都是 R，且 $y=\dfrac{x^4-1}{x^2+1}=\dfrac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2+1}=x^2-1$，故两函数关系式一样，故是同一函数；

C：$y=x, y=\sqrt{x^2}$ 两函数定义域都是 R，且 $y=\sqrt{x^2}=|x|$，故两函数关系式不一样，故不是同一函数；

D：$y=\sqrt{x+1}\cdot\sqrt{x-1}$ 的定义域为 $\{x|x\ge 1\}$，$y=\sqrt{x^2-1}$ 的定义域为 $\{x|x\ge 1$ 或 $x\le -1\}$，定义域不同，故不是同一函数；故选：B.

【6】函数 $f(x)=x^2-4x-6$ 的图象是开口朝上，且以直线 $x=2$ 为对称轴的抛物线，

故 $f(0)=f(4)=-6, f(2)=-10$，$\because$ 函数 $f(x)=x^2-4x-6$ 的定义域为 $[0,m]$,值域为 $[-10,-6]$，所以 $2\le m\le 4$，即 m 的取值范围是 $[2,4]$,故选 D.

【7】解法一：（参数+均值不等式）

$x\in(-\infty,0), x^2-mx+1>0\Rightarrow m>x+\dfrac{1}{x}$，因为 $x+\dfrac{1}{x}=-[(-x)+\dfrac{1}{-x}]\le -2$，所以 $m>-2$.

解法二：（数形结合，轴动区间定，分类讨论求最值）

令 $f(x)=x^2-mx+1$，对称轴 $x=\dfrac{m}{2}$，$x\in(-\infty,0)$

① $\begin{cases}\dfrac{m}{2}>0\\ f(0)=1>0\end{cases}\Rightarrow m>0$；② $\begin{cases}\dfrac{m}{2}=0\\ f(0)=1>0\end{cases}\Rightarrow m=0$；③ $\begin{cases}\dfrac{m}{2}<0\\ f(\dfrac{m}{2})>0\end{cases}\Rightarrow -2<m<0$；

综上：$m>-2$，故选：C.

【8】根据自倒关系集合的定义可知，当 $x=-1$ 时，$\dfrac{1}{x}=-1$；当 $x=0$ 时，$\dfrac{1}{x}$ 无意义；当 $x=1$ 时，$\dfrac{1}{x}=1$；当 $x=2$ 时，$\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2}$；当 $x=3$ 时，$\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3}$；当 $x=4$ 时，$\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{4}$ 不存在；所以 $\{1\},\left\{2,\dfrac{1}{2}\right\},\left\{3,\dfrac{1}{3}\right\},\{-1\}$ 必须分别在一起，可以把它们看作一个元素，所以自倒关系集合的个数为 $2^4-1=15$.故选 D.

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

题号	9	10	11	12
答案	ACD	AC	AC	BC

详细解答：

【9】A．由不等式的性质可知同向不等式相加，不等式方向不变，故正确；B. 当$a=-1,b=-2.c=2,d=1$时，$ac=bd$，故错误；C. 由$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}<0$，得$b<a<0$，则$ab<b^2$，故正确；

D.$\frac{c}{a}-\frac{c}{b}=\frac{c(b-a)}{ab}$，因为$b-a>0$，$c<0$，$ab>0$，所以$\frac{c}{a}-\frac{c}{b}<0$，故正确；故选：AD

【10】对于 A，$f(x)=\sqrt{x^2+1}\ge 1$，显然符合；对于 B，$f(x)=\frac{2x+1}{x+1}=2-\frac{1}{x+1}\ne 2$，显然不符合；对于 C，$f(x)=x+1-\sqrt{2x-1}$，令$t=\sqrt{2x-1}\ge 0,x=\frac{t^2+1}{2},\therefore y=\frac{t^2+1}{2}+1-t=\frac{t^2-2t+3}{2}=\frac{(t-1)^2+2}{2}\ge 1$，显然符合；对于 D，$f(x)=x^3+1\in R$，显然不符合；故选：AC

【11】关于x的不等式$ax^2+bx+c>0$的解集为$(-\infty,-3)\cup(4,+\infty)$，所以二次函数$y=ax^2+bx+c$的开口方向向上，即$a>0$，故 A 正确；方程$ax^2+bx+c=0$的两根为$-3$、$4$，由韦达定理得$\begin{cases}-\frac{b}{a}=-3+4\\ \frac{c}{a}=-3\times 4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=-a\\ c=-12a\end{cases}$.对于 B，$bx+c>0\Leftrightarrow -ax-12a>0$，由于$a>0$，所以$x<-12$，

所以不等式$bx+c>0$的解集为$\{x|x<-12\}$，故 B 不正确；

对于 C，由 B 的分析过程可知$\begin{cases}b=-a\\ c=-12a\end{cases}$，所以$cx^2-bx+a<0\Leftrightarrow -12ax^2+ax+a<0$

$\Leftrightarrow 12x^2-x-1>0\Leftrightarrow x<-\frac{1}{4}$或$x>\frac{1}{3}$，所以不等式$cx^2-bx+a<0$的解集为$\left\{x\middle|x<-\frac{1}{4}\text{或}x>\frac{1}{3}\right\}$，故 C 正确；对于 D，$a+b+c=a-a-12a=-12a<0$，故 D 不正确.

对于 D 解法二 $f(x)=ax^2+bx+c\Rightarrow f(1)<0\Rightarrow a+b+c<0$，故选：AC.

【12】A 选项：解法一（作差法）$\because \frac{a}{b}-\frac{a+m}{b+m}=\frac{a(b+m)-b(a+m)}{b(b+m)}=\frac{(a-b)m}{a(b+m)}$，又$0<b<a$，$m>0$，

$\therefore \frac{a}{b}-\frac{a+m}{b+m}=\frac{(a-b)m}{a(b+m)}>0$，即$\frac{a}{b}>\frac{a+m}{b+m}$，故 A 选项错误；

解法二（糖水不等式+同号前提下大的数倒数反而小）

B 选项：解法一（“1”的代换技巧+均值不等式）

由$b>0,a>0$，$a+b=1$可得$(a+1)+(b+1)=3$，

所以$\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}=\left(\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}\right)\times\frac{(a+1)+(b+1)}{3}=\frac{1}{3}\left(2+\frac{b+1}{a+1}+\frac{a+1}{b+1}\right)$

$\ge\frac{1}{3}\left(2+2\sqrt{\frac{b+1}{a+1}\times\frac{a+1}{b+1}}\right)=\frac{4}{3}$，$a=b=\frac{1}{2}$时，取等号，故 D 选项正确；

解法二（权方和不等式）

C 选项：$\because x>0$，$\therefore 2-3x-\frac{4}{x}=-\left(3x+\frac{4}{x}\right)+2\le -2\sqrt{3x\cdot\frac{4}{x}}+2=-4\sqrt{3}+2$，当且仅当$3x=\frac{4}{x}$，即$x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$时等号成立，所以$2-3x-\frac{4}{x}$的最大值为$2-4\sqrt{3}$，C 选项正确.

D选项：$\because x=(x-2)y, x>0, y>0$，$\therefore \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1, x>0, y>0$，

$\therefore x+2y=\left(x+2y\right)\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{y}\right)=4+\frac{4y}{x}+\frac{x}{y}\geq 4+2\sqrt{\frac{4y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=8$，当且仅当$\frac{4y}{x}=\frac{x}{y}$即$x=4, y=2$时取等号，D选项错误；注意：不能简单的令$x=y\Rightarrow x=3\Rightarrow x+2y=3x=9$.

解法二（权方和不等式）

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．把答案填写在答题卡相应位置．

题号	13	14	15	16
答案	2	$(-\infty,-1]\cup(1,6]$	$x=0$或$\pm\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$　$-\frac{7}{4}$

详细解答：

【13】令$x=1$，$f\left(2\right)=f\left(1+1\right)=1+3-2=2$. 故答案为：2

【14】$\frac{-x^2+5x+6}{x-1}\geq 0\Rightarrow\frac{x^2-5x-6}{x-1}\leq 0\Rightarrow(x+1)(x-1)(x-6)\leq 0(x\neq 1)\Rightarrow x\in(-\infty,-1]\cup(1,6]$

【15】$\because A\cup B=\{1,3,x\}$，$A=\{1,3,x\}$，$B=\left\{x^2,1\right\}$，$\therefore x^2=3$或$x^2=x$，解得$x=\pm\sqrt{3}$或$x=1$或$x=0$，$x=1$显然不合题意，经检验$x=0$或$\pm\sqrt{3}$．均合题意．

【16】①由$2=2a+b\geq 2\sqrt{2ab}$，得$ab\leq\frac{1}{2}$，当且仅当$2a=b=1$，即$a=\frac{1}{2}, b=1$时取等；

②$a^2+ab+a+b=(a+b)(a+1)\leq\left(\frac{a+b+a+1}{2}\right)^2=\left(\frac{2a+b+1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$，当且仅当$a+b=a+1$，即$a=\frac{1}{2}, b=1$时取等，又由上知$ab\leq\frac{1}{2}$，故$-\frac{2}{ab}\leq -4$，当且仅当$a=\frac{1}{2}, b=1$时取等，所以

$a^2+ab+a+b-\frac{2}{ab}\leq\frac{9}{4}+\left(-4\right)=-\frac{7}{4}$，当且仅当$a=\frac{1}{2}, b=1$时取等. 故答案为：$\frac{1}{2}$；$-\frac{7}{4}$.

四、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

【17】（1）$\because A=\left\{x\middle|-4\leq x\leq 2\right\}$，$B=\left\{x\middle|x^2+3x-4>0\right\}=\{x\mid x<-4$或$x>1\}$，

$\therefore A\cap B=\{x\mid 1<x\leq 2\}$，$A\cup B$=R ……………………………………………………5分

（2）$\because x\in C$是“$x\in A$”的充分不必要条件知，$\therefore C\subsetneqq$ A ……………………………………7分

$\therefore\begin{cases}m-2\geq -4\\ m+2\leq 2\end{cases}$，得$-2\leq m\leq 0$ ……………………………………………………10分

【18】（1）集合$A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}=\left\{1,2\right\}$，若$A\cap B=\{2\}$，则$x=2$是方程$x^2+\left(a-1\right)x+a^2-5=0$的实数根，可得：$a^2+2a-3=0$，解得$a=-3$或$a=1$，…………3分

当$a=-3$时，$B=\{2\}$满足题意；当$a=1$时，$B=\{-2,2\}$满足题意；……………………4分

所以实数a的值为$a=-3$或$a=1$；……………………………………………………5分

（2）$\because A\cup B=A$，$\therefore B\subseteq A$，

当$B=\varnothing$时，方程$x^2+\left(a-1\right)x+a^2-5=0$无实数根，

即$\left(a-1\right)^2-4\left(a^2-5\right)<0$，解得：$a<-3$或$a>\frac{7}{3}$；……………………………7分

当$B\neq\varnothing$时，方程$x^2+\left(a-1\right)x+a^2-5=0$有实数根，

若只有一个实数根，$\Delta=(a-1)^2-4(a^2-5)=0\Rightarrow a=-3$或$a=\frac{7}{3}$；…………………8分

当$a=-3$时，$B=\{2\}$满足题意；当$a=\frac{7}{3}$时，$B=\{-\frac{2}{3}\}$不满足题意；所以$a=-3$. …………9分

若只有两个实数根，则 $B=\{1,2\}$，故 $\begin{cases}1+2=1-a\\1\times2=a^2-5\\\Delta>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\a=\pm\sqrt{7}\\-3<a<\dfrac{7}{3}\end{cases}$ ，无解. ……………………11 分

综上可得实数 a 的取值范围是：$(-\infty,-3]\cup\left(\dfrac{7}{3},+\infty\right)$. ……………………………………………12 分

【19】(1) 根据题意，不等式 $x^2-mx-20<0$ 的解集为 $\{x\,|\,-2<x<n\}$，即方程 $x^2-mx-20=0$ 的两根为 -2 和 n，则有 $\begin{cases}(-2)+n=m,\\(-2)\times n=-20,\end{cases}$ 解可得 $n=10$， $m=8$. ……………………………………………5 分

(2) 正实数 a,b 满足 $na+mb=2$，即 $10a+8b=2$，变形有 $5a+4b=1$， ……………………6 分

则 $\dfrac{1}{5a}+\dfrac{1}{b}=\left(\dfrac{1}{5a}+\dfrac{1}{b}\right)(5a+4b)=1+\dfrac{4b}{5a}+\dfrac{5a}{b}+4\geq5+2\sqrt{4}=9$， ……………………………10 分

当且仅当 $a=\dfrac{1}{15}$， $b=\dfrac{1}{6}$ 时，取等号. $\therefore\dfrac{1}{5a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值为 9. ……………………………12 分

【20】(1) 因为投入成本 $R(x)=\begin{cases}10x^2+100x,0<x<40\\701x+\dfrac{10000}{x}-9450,x\geq40\end{cases}$，

由题意，当 $0<x<40$ 时，$W(x)=700x-(10x^2+100x)-250=-10x^2+600x-250$；

当 $x\geqslant40$ 时，$W(x)=700x-\left(701x+\dfrac{10000}{x}-9450\right)-250=-\left(x+\dfrac{10000}{x}\right)+9200$，.

$\therefore W(x)=\begin{cases}-10x^2+600x-250,0<x<40\\-\left(x+\dfrac{10000}{x}\right)+9200,x\geq40\end{cases}$. ……………………………………………………5 分

(2) 若 $0<x<40$，$W(x)=-10(x-30)^2+8750$，当 $x=30$ 时，$W(x)_{\max}=8750$ 万元

若 $x\geqslant40$，$W(x)=-\left(x+\dfrac{10000}{x}\right)+9200\leq9200-2\sqrt{10000}=9000$，

当且仅当 $x=\dfrac{10000}{x}$，即 $x=100$ 时，$W(x)_{\max}=9000$ 万元.

$\therefore$2023 年产量为100（千部）时，企业所获利润最大，最大利润是9000万元. ……………12 分

【21】(1) 由于 $f(x)$ 是二次函数，可设 $f(x)=ax^2+bx+c$，$\because f(x+1)-f(x)=2x-2$ 恒成立，$\therefore a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)=2x-2$ 恒成立，$2ax+a+b=2x-2$，又 $\because f(1)=0$，

$\therefore\begin{cases}a+b+c=0,\\2a=2,\\a+b=-2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1,\\b=-3,\\c=2.\end{cases}$ $\therefore f(x)=x^2-3x+2$； ……………………………………5 分

(2) 由题意可得，$x\in[1,4]$ 时，$x^2-3x+2>kx^2$，即 $k<\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{3}{x}+1$，

令 $t=\dfrac{1}{x}$，则 $k<g(t)=2t^2-3t+1,t\in[\dfrac{1}{4},1]$，因为 $g(t)=2t^2-3t+1=2(t-\dfrac{3}{4})^2-\dfrac{1}{8}$，$t\in[\dfrac{1}{4},1]$，

当 $t=\dfrac{3}{4}$ 时，$g(t)_{\min}=-\dfrac{1}{8}$，所以 $k<-\dfrac{1}{8}$. ……………………………………………12 分

【22】(1) ① $m+1=0$，即 $m=-1$ 时，$f(x)=x-2<0$ 解集不是空集，舍去， …………1 分

② $m+1\neq0$ 时，即 $m\neq-1$ 时，$\begin{cases}m+1>0\\\Delta=m^2-4(m+1)(m-1)\leq0\end{cases}$，

即$\begin{cases} m>-1 \\ 3m^2-4\ge 0 \end{cases}$，$\therefore \begin{cases} m>-1 \\ m\le -\dfrac{2\sqrt{3}}{3} 或 m\ge \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$，解得$m\ge \dfrac{2}{3}\sqrt{3}$，

$\therefore m$的取值范围是$\left[\dfrac{2}{3}\sqrt{3},+\infty\right)$；……3 分

（2）$\because f(x)\ge m$化简得：$[(m+1)x+1](x-1)\ge 0$，……4 分

①$m+1=0$时，即$m=-1$时，解集为$\{x|\ x\ge 1\}$，……5 分

②$m+1>0$时，即$m>-1$时，$\left(x+\dfrac{1}{m+1}\right)(x-1)\ge 0$，

$\because -\dfrac{1}{m+1}<0<1$，解集为$\left\{x\,|\,x\le -\dfrac{1}{m+1} 或 x\ge 1\right\}$，……6 分

③$m+1<0$时，即$m<-1$时，解集为$\left(x+\dfrac{1}{m+1}\right)(x-1)\le 0$，

$\because -2<m<-1$，$\therefore -1<m+1<0$，$\therefore -\dfrac{1}{m+1}>1$，$\therefore$解集为$\left\{x\,|\,1\le x\le -\dfrac{1}{m+1}\right\}$. ……7 分

（3）因为不等式$f(x)\ge 0$的解集为D，且$[-1,1]\subseteq D$，

即对任意的$x\in[-1,1]$，不等式$(m+1)x^2-mx+m-1\ge 0$恒成立，即$m(x^2-x+1)\ge -x^2+1$恒成立

因为$x^2-x+1=(x-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}>0$，所以$m\ge \dfrac{-x^2+1}{x^2-x+1}=-1+\dfrac{2-x}{x^2-x+1}$……9 分

设$t=2-x\in[1,3]$，$x=2-t$，所以$\dfrac{2-x}{x^2-x+1}=\dfrac{t}{t^2-3t+3}=\dfrac{1}{t+\dfrac{3}{t}-3}\le \dfrac{1}{2\sqrt{t\times\dfrac{3}{t}}-3}=\dfrac{1}{2\sqrt{3}-3}=\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}$

当且仅当$t=\sqrt{3},x=2-\sqrt{3}$时取“=”，所以$y=-1+\dfrac{2-x}{x^2-x+1}$的最大值为$-1+\dfrac{2\sqrt{3}+3}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

所以$m\ge \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$……12 分