

# 重庆外国语学校

2021-2022 学年上期 9 月检测

## 高一数学试题

(满分 150 分, 120 分钟完成)

命题人	刘晓煜
审题人	郭海峰

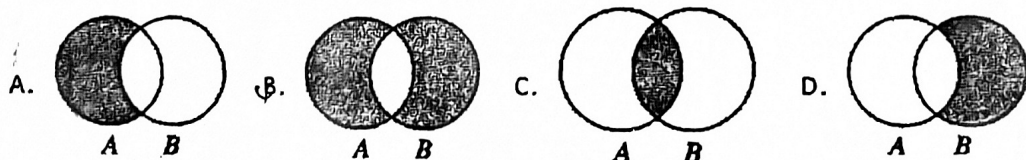
### 第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求. 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

1. 下列各组集合表示同一集合的是

- A.  $M = \{4, 5\}$ ,  $N = \{5, 4\}$
- B.  $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$ ,  $N = \{y | x + y = 1\}$
- C.  $M = \{(3, 2)\}$ ,  $N = \{(2, 3)\}$
- D.  $M = \{1, 2\}$ ,  $N = \{(1, 2)\}$

2. 集合  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 \in A\}$ , 将集合  $A, B$  分别用如图中的两个圆表示, 则圆中阴影部分表示的集合中元素个数恰好为 4 的是



3. 若集合  $A = \left\{x \mid x = \frac{1}{9}(2k+1), k \in \mathbb{Z}\right\}$ ,  $B = \left\{x \mid x = \frac{4}{9}k \pm \frac{1}{9}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ , 则集合  $A, B$  之间的关系为

- A.  $A \subsetneq B$
- B.  $B \subsetneq A$
- C.  $A = B$
- D.  $A$  和  $B$  互不包含

4. 设集合  $A = \{x | 1 < x + 2 < 4\}$ ,  $B = \{x | x \geq a\}$ , 且  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是

- A.  $a \leq -1$
- B.  $a \leq 2$
- C.  $a < 2$
- D.  $a > 2$

5. 已知  $x > 3$ , 且  $x + \frac{4}{x-3}$  的最小值为

- A. 10
- B. 9
- C. 8
- D. 7

6. “ $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ -2 \leq y \leq 0 \end{cases}$ ” 是 “ $\begin{cases} -1 \leq x+y \leq 1 \\ 1 \leq x-y \leq 3 \end{cases}$ ” 是成立的

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既非充分也非必要条件

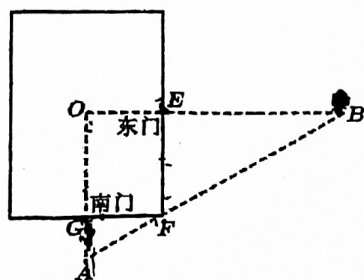
7. 《九章算术》是中国传统数学最重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架，其中卷第九勾股中记载：

“今有邑，东西七里，南北九里，各中开门。出东门一十五里有木。问出南门几何步而见木？”其算法为：

东门南到城角的步数，乘南门东到城角的步数，乘积作被除数，以树距离东门的步数作除数，被除数除

以除数得结果，即出南门  $x$  里见到树，则  $x = \frac{\left(9 \times \frac{1}{2}\right) \times \left(7 \times \frac{1}{2}\right)}{15}$ 。若一小城，如图所示，出东门 1200 步有

树，出南门 750 步恰能见到此树，则该小城的周长的最小值为（注：1 里=300 步）



A.  $2\sqrt{10}$  里

B.  $4\sqrt{10}$  里

C.  $6\sqrt{10}$  里

D.  $8\sqrt{10}$  里

8. 已知实数  $x > y > 0$ ，则  $xy + \frac{x+2y}{y^2(x-y)}$  的最小值是

A. 6

B.  $\frac{11}{2}$

C.  $\frac{11}{4} + 2\sqrt{2}$

D.  $2 + 2\sqrt{3}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错得 0 分。请将答案填写在答题卡相应位置。

9. 若集合  $M = \{x | -3 < x < 1\}$ ， $N = \{x | x \leq 3\}$ ，则集合  $\{x | x \leq -3 \text{ 或 } x \geq 1\} =$

A.  $M \cap N$

B.  $\complement_{\mathbb{R}} M$

C.  $\complement_{\mathbb{R}} (M \cap N)$

D.  $\complement_{\mathbb{R}} (M \cup N)$

10. 已知  $a, b, c, d$  均为实数，下列不等关系推导不正确的是

A. 若  $a > b$ ， $c < d$ ，则  $a + c > b + d$

B. 若  $a > b$ ， $c > d$ ，则  $ac > bd$

C. 若  $bc - ad > 0$ ， $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$ ，则  $ab < 0$

D. 若  $a > b > 0$ ， $c > d > 0$ ，则  $\sqrt{\frac{a}{d}} > \sqrt{\frac{b}{c}}$

11. 下列命题中是真命题的是

A. “ $x > 1$ ”是“ $x^2 > 1$ ”的充分不必要条件

B. 命题“ $\forall x < 1$ , 都有 $|x| < 1$ ”的否定是“ $\exists x_0 \geq 1$ , 使得 $|x_0| \geq 1$ ”

C. 不等式 $2x^2 - 5x - 3 > 0$ 成立的一个必要不充分条件是 $x \leq -\frac{1}{2}$ 或 $x \geq \frac{3}{2}$

D. “ $x < y < 0$ ”是“ $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ ”的充分条件

12. 对任意 $A, B \subseteq R$ , 定义 $A \oplus B = \{x | x \in A \cup B, x \notin A \cap B\}$ . 例如, 若 $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ ,

则 $A \oplus B = \{1, 4\}$ , 下列命题中为真命题的是

A. 若 $A, B \subseteq R$ 且 $A \oplus B = B$ , 则 $A = \emptyset$

B. 若 $A, B \subseteq R$ 且 $A \oplus B = \emptyset$ , 则 $A = B$

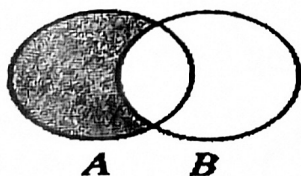
C. 若 $A, B \subseteq R$ 且 $A \oplus B \subseteq A$ , 则 $A \subseteq B$

D. 若 $A, B \subseteq R$ , 则 $(\complement_R A) \oplus B = \complement_R (A \oplus B)$

## 第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

13. 已知全集 $U = R$ , 集合 $A = \{x \in N | (x+1)(x-3) \leq 0\}$ ,  $B = \{y | y = x^2 + 1\}$ , 则下列 Venn 图中阴影部分表示的集合为\_\_\_\_\_



14. 已知集合 $A = \{x | (m-1)x^2 + 3x - 2 = 0\}$ 恰有两个非空真子集, 则实数 $m$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 已知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | x < \frac{1}{2} \text{ 或 } x > 2\}$ , 则关于 $x$ 的不等式 $ax^2 - bx + c \leq 0$ 的解集为\_\_\_\_\_.

16. 已知 $x > 0, y > 0$ 且 $x + y = 2$ , 则 $\frac{x}{y+1} + \frac{3}{x}$ 的最小值是\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本大题共 6 小题, 共 70 分. 其中, 17 题 10 分, 18, 19, 20, 21, 22 各 12 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 请将答案填写在答题卡相应的位置上.

17. 设集合  $U = \{x | y = \sqrt{x+5}\}$ ,  $A = \left\{x \mid \begin{cases} x+4 > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}\right\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$ .

(1) 求集合  $A \cup B, A \cap B$ ; (2) 求集合  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B)$ .

18. 已知集合  $A = \{x | 2 < x < 4\}$ , 集合  $B = \{x | 3m < x < 1-m\}$ .

(1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求实数  $m$  的取值范围;

(2) 命题  $P: x \in A$ , 命题  $q: x \in B$ , 若  $P$  是  $q$  的充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.

19. 运货卡车以每小时  $x$  千米的速度匀速行驶 130 千米, 按交通法规限制  $50 \leq x \leq 100$  (单位: 千米/时). 假设

油的价格是每升 2 元, 而汽车每小时耗油  $\left(2 + \frac{x^2}{360}\right)$  升, 司机的工资是每小时 14 元.

(1) 求这次行车总费用  $y$  关于  $x$  的表达式;

(2) 当  $x$  为何值时, 这次行车的总费用最低, 并求出最低费用的值.

20. 已知关于  $x$  不等式  $ax^2 - (a+b)x + b > 0$ .

(1) 若不等式的解集为  $\{x | x < 2 \text{ 或 } x > 0\}$ , 求实数  $a$  的值;

(2) 若  $b = -1$ , 解该不等式.

21. 求证: 方程  $x^2 + kx + 2 = 0$  与  $x^2 + 2x + k = 0$  有一个公共实数根的充要条件是  $k = -3$ .

22. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  满足对任意实数  $x$ , 不等式  $2x \leq ax^2 + bx + c \leq \frac{1}{2}(x+1)^2$  恒成立.

(1) 求  $a+b+c$  的值;

(2) 若该二次函数与  $x$  轴有两个不同的交点, 其横坐标分别为  $x_1, x_2$ .

①求  $a$  的取值范围;

②证明:  $x_1 x_2$  为定值.