

重庆外国语学校

2021-2022 学年度（下）高 2024 届第 1 次月考

数学试题

（满分 150 分，120 分钟完成）

命题人	甘 华
审题人	高一数学组

第 I 卷 选择与填空题（共 80 分）

一、单项选择题：本大题共 8 题，每题 5 分，共 40 分，每题有且仅有一个最佳答案。

1. 下列四组集合中表示同一集合的为（ ）

A. $M = \{(-1, 3)\}$, $N = \{(3, -1)\}$

B. $M = \{(x, y) | \begin{cases} x+y=1 \\ x-y-3=0 \end{cases}\}$, $N = \{x=2, y=-1\}$

C. $M = \{-1, 3\}$, $N = \{3, -1\}$

D. $M = \{\emptyset\}$, $N = \emptyset$

2. 下列命题中，是真命题的是（ ）

A. 如果 $a > b$, $c > d$, 那么 $ac > bd$

B. 如果 $a > b$, $c > d$, 那么 $a-c > b-d$

C. 如果 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 那么 $a^2 > b^2$

D. 如果 $ac^2 > bc^2$, 那么 $a > b$

3. 已知非空集合 M , N 是全集 U 的子集, $M \subseteq C_U N$, 则 $(C_U M) \cap N =$ ()

A. $C_U M$

B. $C_U N$

C. M

D. N

4. 下列函数中，最小值为 4 的有（ ）个。

① $y = x + \frac{4}{x}$

② $y = x + \frac{1}{x-2} + 4$ ($x < 2$)

③ $y = \sqrt{1-x^2} + \frac{4}{\sqrt{1-x^2}}$

④ $y = \frac{4x}{1-x+x^2}$ ($x > 0$)

⑤ $y = 2 + x\sqrt{4-x^2}$ ($x > 0$)

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

5. 使命题 $p: \exists x \in \mathbb{R}, ax^2 + 2ax - 4 \geq 0$ 为假命题的一个充分不必要条件是（ ）。

A. $-4 < a \leq 0$

B. $-4 \leq a < 0$

C. $-3 \leq a \leq 0$

D. $-4 \leq a \leq 0$

6. 设 $a > 0$, $b > 0$, 若 $a^2 + 2a = b^2 + 3b$, 则（ ）

A. $a < b$

B. $a > b$

C. $2a > 3b$

D. $3a > 4b$



7. 设 S 是实数集 \mathbf{R} 的一个非空子集, 如果对于任意的 $a, b \in S$, $a+b \in S$ 且 $a-b \in S$, 则称 S 是“和谐集”, 则下列命题中为假命题的是 ()

- A. 存在一个集合 S , 它既是“和谐集”, 又是有限集
- B. 集合 $\{x|x=k\sqrt{3}, k \in \mathbf{Z}\}$ 是“和谐集”
- C. 若 S_1, S_2 都是“和谐集”, 则 $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset$
- D. S_1 不是“和谐集”, S_2 是“和谐集”, 则 $S_1 \cup S_2$ 不是“和谐集”.

8. 若关于 x 的不等式 $(2x-1)^2 < ax^2$ 的解集中的整数恰有 3 个, 则实数 a 的取值范围是 ().

- A. $(\frac{5}{3}, \frac{7}{4}]$
- B. $[\frac{5}{3}, \frac{7}{4})$
- C. $[\frac{25}{9}, \frac{49}{16})$
- D. $(\frac{25}{9}, \frac{49}{16}]$

二、多项选择题: 本大题共 4 题, 每题 5 分, 共 20 分, 每题有多项复合要求, 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 不选或有错选得零分.

9. 下列说法不正确的是 ()

- A. 命题“三角形的内角和不少于 180° ”是假命题.
- B. “矩形不都是正方形”的否定是“矩形是正方形”
- C. 若集合 $\{x|ax^2+(1-a)x-3=0\}$ 只有 2 个子集, 则 $a=0$
- D. $\frac{1-x}{x-2} \geq 0$ 的解集是 $\{x|x \leq 2 \text{ 或 } x \geq 1\}$

10. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $4a+b=ab$, 则下列不等式正确的 ()

- A. $ab \geq 15$
- B. $b-a > 0$
- C. $2a+b \geq 6+4\sqrt{2}$
- D. $\frac{1}{a^2} + \frac{16}{b^2} \geq \frac{1}{2}$

11. 近日, 随着新冠肺炎疫情在多地零星散发, 为了更好的做好做好防控, 并且也要促使经济发展, 决定政企联动, 鼓励企业增产, 提供不超过 20 万元的专项补贴. 若国庆期间, 某企业决定加班增产, 将获得政府提供的 x 万元的专项补贴, 产量将增加到 $t=(x+2)$ 万件; 同时, 需要投入的成本由两部分构成, 一部分与产量成反比, 比例系数为 72, 一部分为 $(7t+2x)$ 万元. 产品售价为每件 $(6+\frac{40}{t})$ 元, 预计能全部售出. 则下列说法成立的是

- A. 销售金额为: $(6x+52)$ 万元
- B. 成本为 $(9x+14+\frac{72}{x+2})$ 万元
- C. 企业获利最大估计约为 23 万元左右
- D. 企业获利最大估计约为 18 万元左右.



12. 设集合 $M = \{a \mid a = x^2 - y^2, x, y \in \mathbb{Z}\}$, $\forall n \in \mathbb{Z}$, 形如 $4n, 4n+1, 4n+2, 4n+3$ 的数中, 是集合 M 中的元素的有 ()

- A. $4n$ B. $4n+1$ C. $4n+2$ D. $4n+3$

三、填空题: 本大题共4题, 每题5分, 共20分.

13. 已知集合 $A = \{x \mid 1 < x \leq a\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 2\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 a 的取值范围是

14. 某单位周一、周二、周三开车上班的职工人数分别是 14、10、8. 若这三天中至少有一天开车上班的职工人数是 20, 则这三天都开车上班的职工人数至多是 .

15. 关于 x 的不等式 $ax^2 + x + c > 0$ 的解集是 $\{x \mid -1 < x < 2\}$. $A = \{a, c\}$, $B = \{x \mid mx + 1 > 0\}$. 若 $A \cap (C_R B) = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是

16. 对任意 $m \in \mathbb{R}$, 存在 $n \in [3, 4]$, 使得不等式 $(m+n)^2 - 3 \geq mn + 2m + an$ 成立, 则实数 a 的最大值为

第II卷 解答题 (共70分)

四、解答题: 本大题共6题, 共70分.

17. (本题满分10分)

设集合 $U = \{x \mid y = \sqrt{5-x}\}$, $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 \geq x^2 - 3x + 2\}$, $B = \left\{x \mid x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2}\right\}$. 求:

(1) 化简集合 U, A, B

(2) $(C_U A) \cap (C_U B)$

18. (本题满分12分)

集合 $A = \{x \mid \frac{x+1}{2x-1} > 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - 2ax + a^2 - 4 < 0\}$.

(1) 若 $C = \{3, 4, a^2 + 2a - 3\}$, $0 \in (B \cap C)$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $x \in B$ 是 $x \in A$ 的必要不充分条件, 求实数 a 的取值范围.



19. (本题满分12分)

解下列关于 x 的不等式: (a 为实数)

$$(1) x^2 + 2x + a < 0; \quad (2) \frac{2a-1}{x-2} < a.$$
$$-1 - \sqrt{1-a} < x < -1 + \sqrt{1-a}.$$

20. (本题满分12分)

已知 $-4 \leq a-c \leq -1$, $-1 \leq 4a-c \leq 5$, 设 $9a-c$ 的取值集合为 A

(1) 求集合 A

(2) $m-2 \in A$, c 满足 $(c^2 - 2c)^2 + m(c^2 - 2c) + 1 \geq (c-1)^2 + m$, 求 c 的取值范围.

21. (本题满分12分)

$|2x-3| + |x-2| \leq 3$ 的解集 M

(1) 求集合 M ; $\frac{2}{3} \leq x \leq 4.$

(2) 设 M 中的最小的数为 m , 正数 a, b 满足 $a+b=3m$, 求 $\frac{b^2+5}{a} + \frac{a^2}{b}$ 的最小值

22. (本题满分12分)

设数集 A 由实数构成, 且满足: 若 $x \in A$ ($x \neq 1$ 且 $x \neq 0$), 则 $\frac{1}{1-x} \in A$

(1) 若 $2 \in A$, 试证明 A 中还有另外两个元素.

(2) 集合 A 是否为双元素集合, 并说明理由.

(3) 若 A 中元素个数不超过 8 个, 所有元素的和为 $\frac{14}{3}$, 且 A 中有一个元素的平方等于所有元素的积. 求集合 A .

