2021-2022学年重庆市西南大学附中高三（上）开学数学试卷

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求．

1．（5分）若$2(z+\overline{z})+3(z-\overline{z})=4+6i$，则$z$的虚部为(　　)

A．1　　B．-1　　C．i　　D．$-i$

2．（5分）设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_9=81$，则$a_2+a_5+a_8=($　　$)$

A．26　　B．27　　C．28　　D．29

3．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=\sqrt{3}$，$|\vec{b}|=2$，且$\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，则$\vec{a}$在$\vec{b}$方向上的投影为(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．3　　C．$-\sqrt{3}$　　D．$\frac{3}{2}$

4．（5分）下列正确命题的序号有(　　)

A．若随机变量$X\sim B(100,p)$，且$E(X)=20$，则$D(\frac{1}{2}X+1)=8$

B．在一次随机试验中，彼此互斥的事件A，B，C，D发生的概率分别为0.2，0.2，0.3，0.3，则A与$B\bigcup C\bigcup D$是互斥事件，也是对立事件

C．在独立性检验中，K^2的观测值越小，则认为“这两个分类变量有关”的把握越大

D．由一组样本数据$(x_1$，$y_1)$，$(x_2$，$y_2)$，…，$(x_n$，$y_n)$得到回归直线方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，那么直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$至少经过$(x_1$，y_1，$)$，$(x_2$，$y_2)$，…，$(x_n$，$y_n)$中的一个点

5．（5分）已知函数$f(x)=2\sin(4x-\frac{\pi}{3})$，则

①$y=f(x)$的图象关于点$(-\frac{\pi}{6}$，$0)$对称；

②$y=f(x)$在$[-\frac{\pi}{12}$，$\frac{\pi}{6}]$上的值域为$[-2$，$\sqrt{3}]$；

③$y=f(x)$的图象关于直线$x=\frac{13\pi}{24}$对称；

④若$f(x_1)f(x_2)=-4$，则$|x_1-x_2|_{min}=\frac{\pi}{4}$．

其中正确的有(　　)个

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

6．（5 分）A，B，C，D，E，F6 名同学进行劳动技术比赛，决出第 1 名到第 6 名的名次．A，B，C去询问成绩，回答者对A说“很遗憾，你们三个都没有得到冠军．”对B说：“你的名次在C之前．”对C说：“你不是最后一名．”以上的回答分析，6 人的名次排列情况种数共有(　　)

A．108　　B．120　　C．144　　D．156

7．（5 分）定义在R上的函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$，若对任意实数x，有$f(x)>f'(x)$，且$f(x)+2022$为奇函数，则不等式$f(x)+2022e^{x}<0$的解集是(　　)

A．$(-\infty ,0)$　　B．$(-\infty ,ln2022)$　　C．$(0,+\infty)$　　D．$(2022,+\infty)$

8．（5 分）已知双曲线$4x^{2}-\dfrac{y^{2}}{3}=1$的左、右焦点分别为$F_{1}$，$F_{2}$，点$M$是双曲线右支上一点，满足$\overrightarrow{MF_{1}}\cdot \overrightarrow{MF_{2}}=0$，点$N$是线段$F_{1}F_{2}$上一点，满足$\overrightarrow{F_{1}N}=\lambda \overrightarrow{F_{1}F_{2}}$．现将$\triangle MF_{1}F_{2}$沿$MN$折成直二面角$F_{1}-MN-F_{2}$，若使折叠后点$F_{1}$，$F_{2}$距离最小，则$\lambda =($　　$)$

A．$\dfrac{1}{5}$　　B．$\dfrac{2}{5}$　　C．$\dfrac{3}{5}$　　D．$\dfrac{4}{5}$

二、多选题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．（5 分）已知全集$U=\{x\in N\mid \log _{2}x<3\}$，$A=\{1，2，3\}$，$\complement _{U}(A\bigcap B)=\{1，2，4，5，6，7\}$，则集合$B$可能为(　　)

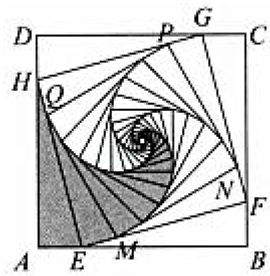
A．$\{2，3，4\}$　　B．$\{3，4，5\}$　　C．$\{4，5，6\}$　　D．$\{3，5，6\}$

10．（5 分）下列结论正确的是(　　)

A．若$a<b<0$，则$(\dfrac{1}{a})^{3}>(\dfrac{1}{b})^{3}$　　B．$\forall x\in R$，$x+\dfrac{1}{x}\geqslant 2$

C．若$x(x-2)<0$，则$\log _{2}x\in (0,1)$　　D．若$a^{2}>b^{2}$，则$|a|>b$

11．（5 分）“内卷”是指一类文化模式达到最终的形态以后，既没有办法稳定下来，也没有办法转变为新的形态，而只能不断地在内部变得更加复杂的现象，热爱数学的小明由此想到了数学中的螺旋线．连接嵌套的各个正方形的顶点就得到了近似于螺旋线的美丽图案，具体作法是：在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，作它的内接正方形 $EFGH$，且使得 $\angle BEF=15^{\circ}$；再作正方形 $EFGH$ 的内接正方形 $MNPQ$，且使得 $\angle FMN=15^{\circ}$；依次进行下去，就形成了阴影部分的图案，如图所示．设第 n 个正方形的边长为 a_n（其中第 1 个正方形 $ABCD$ 的边长为 $a_1=AB$，第 2 个正方形 $EFGH$ 的边长为 $a_2=EF$，…），第 n 个直角三角形（阴影部分）的面积为 S_n（其中第 1 个直角三角形 AEH 的面积为 S_1，第 2 个直角三角形 EQM 的面积为 S_2，…），则(　　)



A．数列 $\{a_n\}$ 是公比为 $\dfrac{2}{3}$ 的等比数列　　　　B．$S_1=\dfrac{1}{12}$

C．数列 $\{S_n\}$ 是公比为 $\dfrac{4}{9}$ 的等比数列　　　　D．数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和 $T_n<\dfrac{1}{4}$

12．（5 分）已知函数 $f(x)=e^{\sin x}-e^{\cos x}$，其中 e 是自然对数的底数，下列说法正确的有(　　)

A．$f(x)$ 在 $(0,\dfrac{\pi}{2})$ 是增函数

B．$f(x+\dfrac{\pi}{4})$ 是奇函数

C．$f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上有两个极值点

D．若 x_0 为 $f(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上的一个极值点，且当 $x\in(0,\pi)$ 时，$a>e^{-\cos x-0}f(x)+\tan x_0$ 恒成立，则 $a>-1$

三、填空题：本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分．

13．（5 分）已知抛物线 $y^2=8x$ 的焦点为 F，P 是抛物线上一点，若 $|PF|=3$，则 P 点的横坐标为____．

14．（5 分）在 $(x+\dfrac{a}{x})^n$ 的展开式中，只有第六项的二项式系数最大，且所有项的系数和为 0，则含 x^6 的项系数为____．

15．（5 分）已知 ΔABC 外接圆的圆心为 O，半径为 2．设点 O 到边 BC，CA，AB 的距离分别为 d_1，d_2，d_3，若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=-4$，则 $d_1^2+d_2^2+d_3^2=$____．

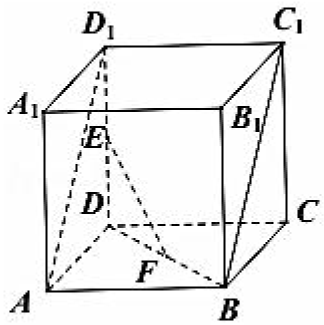
16．（5 分）设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_2=6$，$a_3=12$，数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，且 $\dfrac{S_{n+2}-S_{n-1}+1}{S_{n+1}-S_n+1}=3(n\in N^*$ 且 $n\geqslant 2)$，若 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，$b_n=[\dfrac{(n+1)^2}{a_n}]$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，则 T_{2022} 的值为 ____.

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（10 分）如图所示，在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为 DD_1，DB 的中点．

（1）求证：$EF//$ 平面 ABC_1D_1；

（2）求二面角 $E-BC_1-F$ 的余弦值．



18．（12 分）在 ΔABC 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，请在① $a^2+c^2-b^2=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}S_{\Delta ABC}$；② $a+a\cos B=\sqrt{3}b\sin A$；③ $(2c-a)\cos B=b\cos A$ 这三个条件中任意选择一个，完成下列问题：

（1）求 $\angle B$ 的大小；

（2）若 $b=2$，求 ΔABC 面积的取值范围．

19．（12 分）在数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=2$，$a_{n+1}a_n=2a_n-a_{n+1}(n\in N^*)$．

（1）证明：数列$\{\frac{1}{a_n}-1\}$为等比数列；

（2）记$b_n=\frac{a_na_{n+1}}{2^n}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$S_n$，求使得$S_n>1.999$的整数$n$的最小值．

20．（12 分）“$T2$钻石联赛”是世界乒联推出一种新型乒乓球赛事，其赛制如下：采用七局四胜制，比赛过程中可能出现两种模式：“常规模式”和“$FAST5$模式”．在前 24 分钟内进行的常规模式中，每小局比赛均为 11 分制，率先拿满 11 分的选手赢得该局；如果两名球员在 24 分钟内都没有人赢得 4 局比赛，那么将进入“$FAST5$”模式，“$FAST5$”模式为 5 分制的小局比赛，率先拿满 5 分的选手赢得该局．24 分钟计时后开始的所有小局均采用“$FAST5$”模式．某位选手率先在 7 局比赛中拿下 4 局，比赛结束．现有甲、乙两位选手进行比赛，经统计分析甲、乙之间以往比赛数据发现，24 分钟内甲、乙可以完整打满 2 局或 3 局，且在 11 分制比赛中，每局甲获胜的概率为$\frac{2}{3}$，乙获胜的概率为$\frac{1}{3}$；在“$FAST5$”模式，每局比赛双方获胜的概率都为$\frac{1}{2}$，每局比赛结果相互独立．

（Ⅰ）求 4 局比赛决出胜负的概率；

（Ⅱ）设在 24 分钟内，甲、乙比赛了 3 局，比赛结束时，甲乙总共进行的局数记为X，求X的分布列及数学期望．

21．（12 分）椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左焦点为 F_1，右焦点为 F_2，离心率 $e=\frac{1}{2}$，过 F_1 的直线交椭圆于 AB，两点，且 ΔABF_2 的周长为 8．

（1）求椭圆 E 的方程；

（2）设动直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 E 有且只有一个公共点 P，且与直线 $x=4$ 相交于点 Q．试探究：在坐标平面内是否存在定点 M，使得以 PQ 为直径的圆恒过点 M？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，说明理由．

22．（12 分）已知函数 $f(x)=alnx-x$，$g(x)=\frac{1}{2}x^2-ax$，$a\in R$．

（1）若 $f(x)$ 存在唯一的零点，求 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)=g(x)$ 有两个不同的解 x_1，x_2，求证：$x_1+x_2>2$．