西南大学附中 2022—2023 学年度上期期中考试

高二数学试题

（满分：150 分；考试时间：120 分钟）

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、班级、考场/座位号、准考证号填写在答题卡上．

2．答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂；答非选择题时，必须使用 0.5 毫米的黑色签字笔书写；必须在题号对应的答题区域内作答，超出答题区域书写无效；保持答卷清洁、完整．

3．考试结束后，将答题卡交回（试题卷学生留存，以备评讲）．

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1． 直线 $l:2x-3y-1=0$ 的一个方向向量是（　　）

A．（3，2）　　B．（2，-3）　　C．（1，$\frac{3}{2}$）　　D．（1，1）

2． 在空间直角坐标系中，已知点 P 的坐标为（1，1，1），点 Q 的坐标为（0，2，0），则点 P 关于点 Q 的对称点的坐标为（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$　　B．（-1，3，-1）　　C．（-1，-1，-1）　　D．（1，3，1）

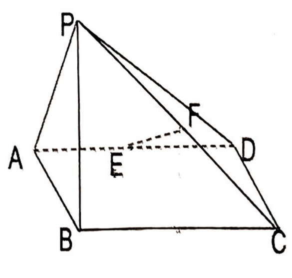
3． 已知圆 $C:(x-1)^2+(y-1)^2=4$，过点 $P(-2,-2)$ 作圆 C 的切线，则切线长为（　　）

A．$\sqrt{14}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{34}$　　D．$\sqrt{21}$

4． 已知圆 $C:x^2+y^2+axy+2x-2by+1=0$ 的半径为 2，则 $a+b=$（　　）

A．2　　B．-2　　C．± 2　　D．不能确定

5． 四棱锥 $P—ABCD$ 中，底面是棱长为 1 的正方形，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$PA=\sqrt{2}$，$PB=1$，E，F 分别是 AD，PC 的中点，则 EF 的长为（　　）



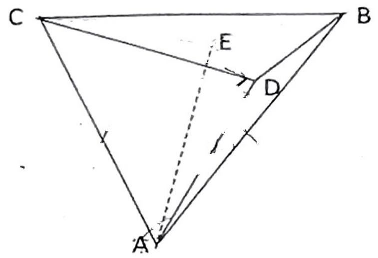
A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$

C．$\sqrt{7}$　　D．$\sqrt{3}$

6． 已知直线 $l_1:y=x+1$；$l_2:y=2x+1$；$l_3:y=-x+4$．l_1，l_2，l_3 围成一个三角形 ABC，若点 A，B，C 都在⊙E 内部，则⊙E 的半径的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B．$\left(\frac{3\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$　　C．（1，$+\infty$）　　D．$\left(\frac{\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$

7．如图，三棱锥 $A-BCD$ 中，$AC=AB=3$，$AD=4$，$\angle CAB=\angle CAD=\angle BAD=60^\circ$，点 E 是 ΔBCD 的重心，则 $|AE|=$（　　）



A．$\dfrac{5\sqrt{21}}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{67}}{3}$

C．$\dfrac{\sqrt{22}}{11}$　　D．$\dfrac{8}{3}$

8．已知 A（-1，0），B（0，2），直线 $l:2x-2ay+3+a=0$ 上存在点 P 满足 $|PA|+|PB|=\sqrt{5}$，则 l 的倾斜角的取值范围是（　　）

A．$\left[\dfrac{\pi}{3},\ \dfrac{2\pi}{3}\right]$　　B．$\left[0,\ \dfrac{\pi}{3}\right]\cup\left[\dfrac{2\pi}{3},\ \pi\right)$　　C．$\left[\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{3\pi}{4}\right]$　　D．$\left(0,\ \dfrac{\pi}{4}\right]\cup\left[\dfrac{3\pi}{4},\ \pi\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，则下列说法正确的是（　　）

A．ΔAB_1D_1 为正三角形　　B．$AD_1\perp B_1C$

C．$AC_1=12$　　D．AC_1 与平面 ABB_1A_1 所成角为 45°

10．已知点 $A(-1,0)$，$B(1,0)$，若直线 l 上恰有两个不同的点 P_1、P_2 使得 $\angle AP_1B=\angle AP_2B=90^\circ$，则 l 的方程可以是（　　）

A．$x+y-\sqrt{2}=0$　　B．$2x-3y+1=0$　　C．$y=2x$　　D．$2x+y-5=0$

11．设 $\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\}$ 是空间一个基底，则下列向量可以构成一个基底的是（　　）

A．$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{a}+\vec{b}+c$　　B．$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$

C．$\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{b}+\vec{c}$，$\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　D．$2\vec{a}+2\vec{b}+4\vec{c}$，$\vec{b}+\vec{c}$，$\vec{a}+\vec{c}$

12．下列说法中，正确的有（　　）

A．直线 $4x-y-1=0$ 在 y 轴上的截距为 -1

B．直线 $2x-y-3=0$ 与直线 $4x-2y-1=0$ 的距离为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

C．圆 $C_1:\left(x-\dfrac{3}{a^2+1}\right)^2+(y-4)^2=1$ 在圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=16$ 的内部

D．直线 $mx+3ny+2my+3nx+m+1=0\ (mn\neq 0)$ 过定点

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 向量$\overrightarrow{n}=(1,0,0)$与$\overrightarrow{m}=(0,0,1)$的夹角为____________.

14. 若直线：$2x+y+1=0$关于点P（2，2）和直线l的对称直线是同一条直线，则直线l的方程为____________

15. 已知O为坐标原点，圆$C_1:(x-1)^2+(y-2)^2=1$与半径为 1 的圆C_2外切于点P，OP是$\angle C_1OC_2$的角平分线，则圆C_2的方程为____________

16. 已知$\overrightarrow{a}=(1,-2,4)$，$\overrightarrow{b}=(2,0,-1)$，则$\overrightarrow{b}$在$\overrightarrow{a}$上的投影向量的坐标为____________

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 已知直线$l_1:mx+y+1=0$；$l_2:2x+(m+1)y+m=0$.

(1) 若$l_1\perp l_2$，求m的值；

(2) 若l_1与l_2的距离为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，求m的值.

18. (12 分) 已知$\odot C_1:(x-1)^2+(y-4)^2=4$与$\odot C_2$关于直线$l:y=x+1$对称.

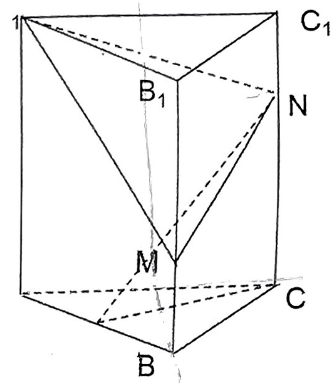
(1) 求$\odot C_2$的方程；

(2) 若过点C_1作直线m与$\odot C_2$交于点P、Q两点，求$\triangle C_2QP$面积的最大值.

19．(12 分) 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB=2$，$AA_1=3$，$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BB_1}$，$\overrightarrow{CN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CC_1}$，点 D 是边 AB 的中点.

(1) 证明：$CD//$平面A_1MN；

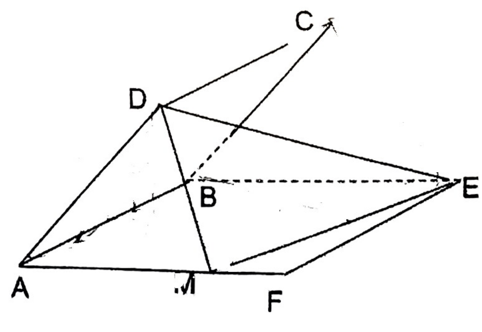
(2) 求 DN 与平面 A_1MN 所成角的正弦值.



20．(12 分) 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形，$ABEF$ 是正方形，且二面角 $C-AB-E$ 所成角的正切值为2，$AB=3$， $\cos\angle ABC=-\frac{2}{3}$，$M$ 是线段 AF 上的点且 $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AF}$.

(1) 求三棱锥 $E-AMD$ 的体积；

(2) 求二面角 $D-ME-B$ 的余弦值.

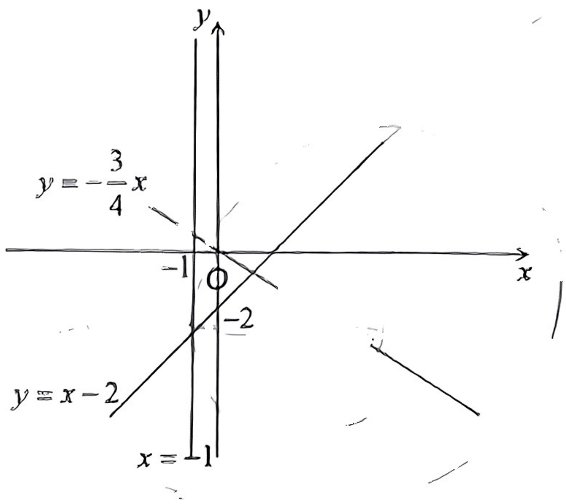


21．(12 分) 已知⊙C 满足以下条件：1) ⊙C 与直线：$x=-1$ 相切且圆心 C 的横坐标为整数；2) 直线 $y=-\dfrac{3}{4}x$ 平分⊙C 的周长；3) ⊙C 与直线 $x-y-2=0$ 交于 A、B 两点，且△ABC 恰好为直角三角形．

(1) 求⊙C 的标准方程；

(2) 设点 D 为⊙C 与 x 轴的异于原点的交点，过点 P（12，3）作直线 l 交⊙C 于 E、F 两点，点 H 是直线 l 上的一点，且 $DH\perp l$．

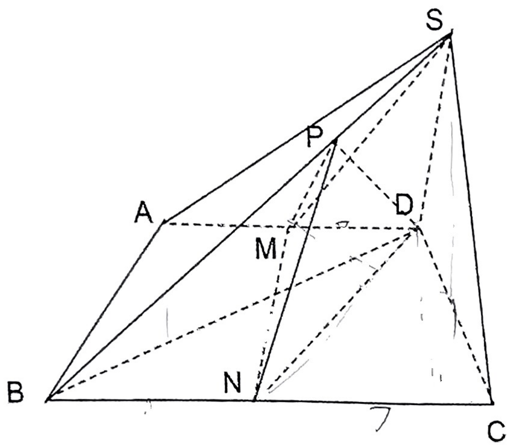
①证明：C、D、P 三点共线；②若 $\overrightarrow{HF}=3\overrightarrow{HE}$，求直线 l 的方程．



22. (12 分) 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是等腰梯形，其中 $AD//BC$，$\angle BCD=60°$，$BC=2CD=2$，$\triangle SCD$ 为等边三角形，平面$SCD\perp$平面$ABCD$.

(1) 试确定线段 AD 上的点 M 的位置，使得 $SM\perp AB$；

(2) 若点 N 是线段 BC 的中点,点 P 为线段 SB 上的一动点，当二面角 $N-DP-B$ 的余弦值为 $\frac{3}{4}$ 时，求点 P 的位置，并在(1)的结果下求平面$PMN\cap$侧面SAD 的交线的长度.



（命题人、审题人：校命题小组）