西南大学附属中学校高2023届第一次定时检测

数学试题

（满分：150分，考试时间：120分钟）

2021年9月

注意事项：

1. 答卷前考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑；回答非选择题时，用0.5毫米黑色墨迹签字笔将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将答题卡交回（试题卷自己保管好，以备评讲）。

一、单选题（本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 一条直线过点 $A(-1,0)$ 和 $B(2,3)$，则该直线的倾斜角为 （　　）

A. $30°$　　B. $45°$　　C. $135°$　　D. $150°$

2. 空间直角坐标系 $Oxyz$ 中，点 $M(2,-1,3)$ 关于 Oyz 平面的对称点的坐标是 （　　）

A. $(2,1,3)$　　B. $(2,-1,3)$　　C. $(-2,1,3)$　　D. $(-2,-1,3)$

3. 空间 A、B、C、D 四点共面，但任意三点不共线，若 P 为该平面外一点且 $\overrightarrow{PA}=\frac{5}{3}\overrightarrow{PB}-x\overrightarrow{PC}-\frac{1}{3}\overrightarrow{PD}$，则实数 x 的值为 （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

4. 若平面 $\alpha\perp\beta$，且平面 α 的一个法向量为 $\vec{n}=\left(-2,1,\frac{1}{2}\right)$，则平面 β 的法向量可以是 （　　）

A. $\left(-1,\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$　　B. $(2,-1,0)$　　C. $(1,2,0)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1,2\right)$

5. 若过点 $P(3,2m)$ 和点 $Q(-m,2)$ 的直线与过点 $M(2,-1)$ 和点 $N(-3,4)$ 的直线平行，则 m 的值是 （　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B $-\frac{1}{3}$　　C. 2　　D. -2

6. 已知 O 为坐标原点，向量 $\vec{a}=(-2,1,1)$，点 $A(-3,-1,4)$，$B(-2,-2,2)$．若点 E 在直线 AB 上，且 $\overrightarrow{OE}\perp\vec{a}$，则点 E 的坐标为 （　　）．

A. $\left(-\frac{6}{5},-\frac{14}{5},\frac{2}{5}\right)$　　B. $\left(\frac{6}{5},\frac{14}{5},-\frac{2}{5}\right)$

C. $\left(\frac{6}{5},-\frac{14}{5},\frac{2}{5}\right)$　　D. $\left(-\frac{6}{5},\frac{14}{5},-\frac{2}{5}\right)$

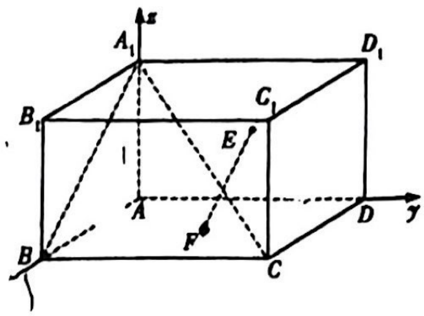
12. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=1$，$AB=AD=\sqrt{3}$，E 是侧面 AA_1D_1D 的中心，F 是底面 $ABCD$ 的中心，以 A 为坐标原点，AB，AD，AA_1 所在直线分别为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系，则

A. $\overrightarrow{EF}$ 是单位向量

B. $\vec{n}=(1.0.\sqrt{3})$ 是平面 A_1BC 的一个法向量

C. 直线 EF 与 A_1C 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{21}}{\ }$

D. 点 E 到平面 A_1BC 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$

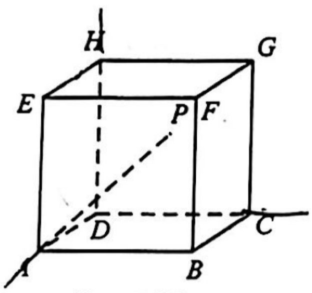


三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

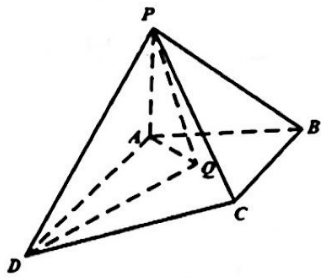
13. 已知 $A(-1,1)$，$B(1,3)$，$C(m,2)$，如果 $AB\perp BC$，则 $m=$ ______________.

14. 已知两点 $A(-3,4)$，$B(3,2)$，过点 $P(2,-1)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点，则直线 l 的斜率 k 的取值范围是 ____________

15. 如图，$ABCD-EFGH$ 为棱长等于 1 的正方体，若 P 点在正方体的内部且满足 $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$，则 P 点到直线 AB 的距离为 ___________.



第 15 题图



第 16 题图

16. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，$\angle BAD=90°$，$PA=AB=BC=\frac{1}{2}AD=1$，$BC//AD$，已知 Q 是四边形 $ABCD$ 内部一点，且二面角 $Q-PD-A$ 的平面角大小为 $\frac{\pi}{4}$，则 $\triangle ADQ$ 的面积的取值范围是 __________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知 $A(m,4)$，$B(-2,m)$，$C(1,1)$，$D(m+2,3)$ 四点.

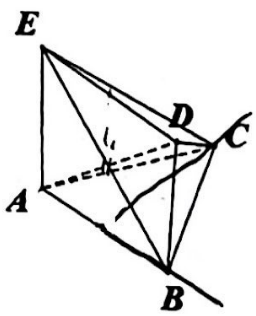
(1) 当直线 AB 与直线 CD 平行，求 m 的值；

(2) 求证：无论 m 取何值，总有 $\angle ACB=90°$.

18. 如图，ΔABC 与 ΔBCD 都是边长为 2 的正三角形，平面 $ABC\perp$ 平面 BCD，$AE\perp$ 平面 ABC，$AE=2\sqrt{3}$.

(1) 求异面直线 BE 与 CD 所成角的余弦值；

(2) 求点 E 到平面 ABD 的距离.

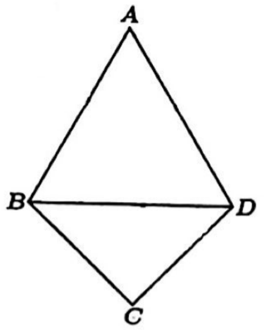


7. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$CC_1=2\sqrt{2}$，E 为 CC_1 的中点，则直线 AC_1 与平面 BED 的距离为　　（　　）

A. 2　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 1

8. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=BD=DA=2$，$BC=CD=\sqrt{2}$．现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，当二面角 $A-BD-C$ 处于 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$ 过程中，直线 AB 与 CD 所成角的余弦值取值范围是　　（　　）

A. $\left[-\frac{5\sqrt{2}}{8},\frac{\sqrt{2}}{8}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{8},\frac{5\sqrt{2}}{8}\right]$　　C. $\left[0,\frac{\sqrt{2}}{8}\right]$　　D. $\left[0,\frac{5\sqrt{2}}{8}\right]$



二、多选题（本大题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分）

9. 下列关于直线的斜率和倾斜角的叙述正确的有　　（　　）

A. 平面直角坐标系中的任意一条直线都有倾斜角

B. 平面直角坐标系中的任意一条直线都有斜率

C. 若 $l_1//l_2$，则 $k_1=k_2$

D. 若一条直线的倾斜角为 $\alpha(\alpha\neq 90^\circ)$，则该直线的斜率为 $\tan\alpha$

10. 已知点 P 是平行四边形 $ABCD$ 所在的平面外一点，如果 $\overrightarrow{AB}=(2,-1,-4)$，$\overrightarrow{AD}=(4,2,0)$，$\overrightarrow{AP}=(-1,2,-1)$，下列结论正确的有　　（　　）

A. $AP\perp AB$　　B. 四边形 $ABCD$ 为矩形

C. $\overrightarrow{AP}$ 是平面 $ABCD$ 的一个法向量　　D. $\overrightarrow{AP}//\overrightarrow{BD}$

11. 给出下列命题，其中正确的命题是　　（　　）

A. 若 $\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，则 $<\vec{a},\vec{b}>$ 是钝角

B. 若 $\vec{a}$ 为直线 l 的方向向量，则 $\lambda\vec{a}(\lambda\in R)$ 也是直线 l 的方向向量

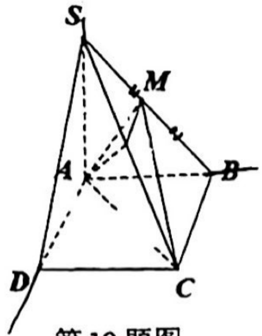
C. 若 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，则可知 $\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{DB}$

D. 在四面体 $P-ABC$ 中，若 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$

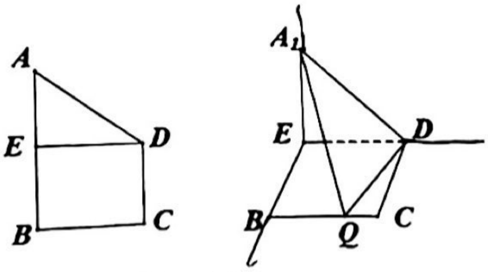
19. 如图，在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$SA\perp$ 底面 $ABCD$，$AS=AD$，点 M 是 BS 的中点，$AF\perp CS$，且交 CS 于点 F.

(1) 求证：平面 $ACS\perp$ 平面 AFM；

(2) 求平面 ADS 与平面 ACM 所成二面角的正弦值.



第 19 题图



第 20 题图

20. 如图，直角梯形 $ABCD$，$AB\perp BC$，过 D 做 $DE\perp AB$ 交 AB 于 E 点，将三角形 ADE 沿 DE 折起到 A_1DE 的位置，使 $A_1E\perp BE$. $BE=a$，$BC=2$，$AE=2$.

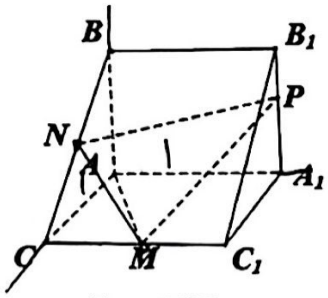
(1) 当 $a=1$ 且 Q 为 BC 的中点时，求直线 A_1Q 与平面 ADE 所成角的余弦值；

(2) 若 BC 边上存在点 Q，使 $A_1Q\perp DQ$，求实数 a 的取值范围.

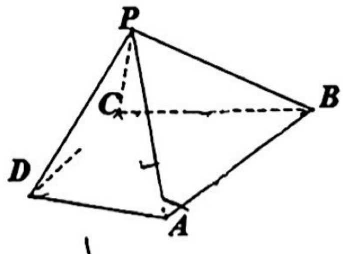
21. 如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面垂直，$AA_1=AB=AC=1$，$AB\perp AC$，M 和 N 分别是 CC_1 和 BC 的中点，点 P 在直线 A_1B_1 上，且 $A_1P=\lambda A_1B_1$.

(1) 证明：无论 λ 取何值，总有 $AM\perp PN$；

(2) 是否存在点 P，使得平面 PMN 与平面 ABC 所成的角为 30°？若存在，试确定点 P 的位置；若不存在，请说明理由.



第 21 题图



第 22 题图

22. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是圆内接四边形. $AD=CD=DP=1$，$AB=BC=BP=\sqrt{3}$，$DP\perp AC$.

(1) 求证：平面 $ACP\perp$ 平面 $ABCD$；

(2) 若点 E 在 ΔBCP 内运动，且 $AE\,/\!/$ 平面 CDP，求直线 AE 与平面 BCP 所成角的正弦值的最大值.