高2025届2022-2023学年（下）5月名校联考

数学试题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1. 复数$z=\mathrm{i}(3+\mathrm{i})$在复平面内对应的点所在的象限为

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2. 已知向量$\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，$\boldsymbol{c}=(2,\lambda)$．若$\boldsymbol{c}\parallel(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$，则$\lambda=$

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．0　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．8

3. 已知$\sin(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，且$\alpha$为第三象限角，则$\tan\alpha=$

A．$-\sqrt{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

4. 金字塔一直被认为是古埃及的象征，然而，玛雅文明也有类似建筑，玛雅金字塔是仅次于埃及金字塔的著名建筑．玛雅金字塔由巨石堆成，其下方近似为正四棱台，顶端是祭神的神殿，其形状近似为正四棱柱．整座金字塔的高度为29m，金字塔的塔基（正四棱台的下底面）的周长为220m，塔台（正四棱台的上底面）的周长为52m，神殿底面边长为9m，高为6m，则该玛雅金字塔的体积为

A．$\dfrac{74920}{3}\mathrm{m}^3$　　B．$30455\mathrm{m}^3$

C．$37217\mathrm{m}^3$　　D．$45439.5\mathrm{m}^3$

5. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$a=x$，$b=6$，$A=60^\circ$，若满足条件的三角形有两个，则x的取值范围为

A．$(3\sqrt{3},6]$　　B．$(3\sqrt{3},6)$　　C．$(3,6)$　　D．$(3\sqrt{3},+\infty)$

6. 已知一个正六棱锥的所有顶点都在一个球的表面上，六棱锥的底面边长为1，侧棱长为2，则球的表面积为

A．$\dfrac{4\pi}{3}$　　B．$\dfrac{8\pi}{3}$　　C．$\dfrac{16\pi}{3}$　　D．4π

7. 若$\sin(2\theta+\dfrac{\pi}{4})-\sqrt{2}\cos2\theta=0$，则$\tan(\theta+\dfrac{\pi}{4})+\tan(\theta-\dfrac{\pi}{4})=$

A．-2　　B．1　　C．2　　D．4

tan2θ

sin2θ − √2 cos2θ = 0

tan2θ − √2 = 0

8. 在△ABC中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．已知 $B=\frac{\pi}{3}$，$a=8$，$b\cos A+a\cos B=6$，点 O 是△ABC的外心．若 $\overrightarrow{BO}=x\overrightarrow{BA}+y\overrightarrow{BC}$，则 $x+y=$

A. $\frac{7}{12}$　　B. $\frac{23}{36}$　　C. $\frac{25}{36}$　　D. $\frac{29}{36}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 给出下列 4 个命题，其中正确的命题是

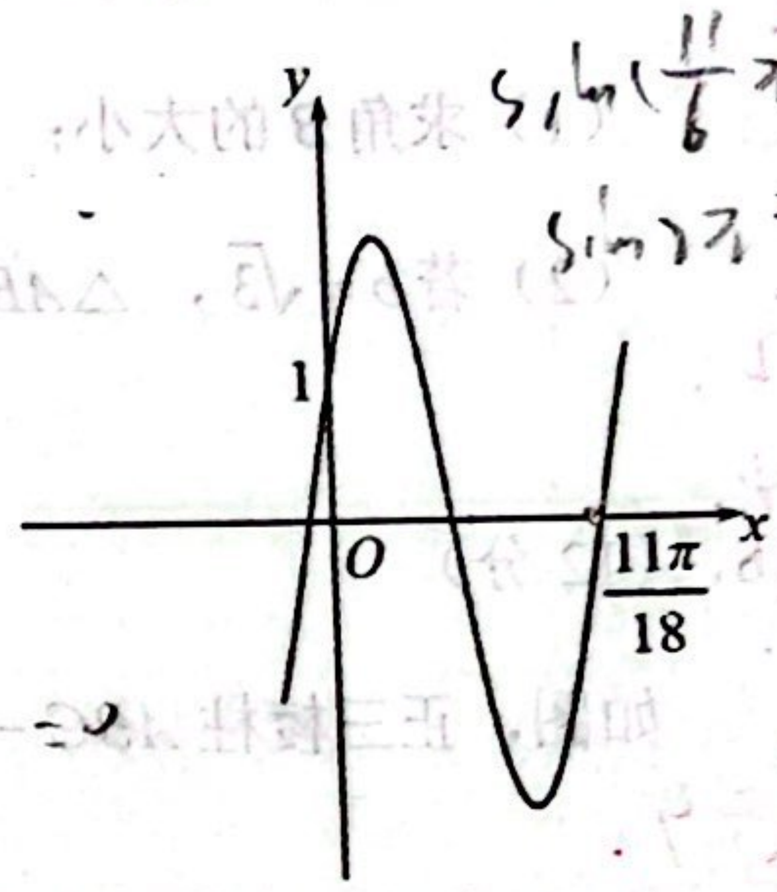
A. 梯形可确定一个平面

B. 棱台侧棱的延长线不一定相交于一点

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}=\mathbf{0}$

D. 若非零向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$，则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$

10. 函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0，|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的部分图象如图所示，则



A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$

B. $f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{3})$ 上单调递减

C. $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{9}$ 对称

D. 将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度可得 $y=2\cos(3x+\frac{\pi}{6})$ 的图象

11. 已知 O 为坐标原点，点 $P_1(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$，$P_2(\cos\beta,\ \sin\beta)$，$P_3(\cos\frac{1}{2}(\alpha+\beta),\ \sin\frac{1}{2}(\alpha+\beta))$，$A(1,\ 0)$，则

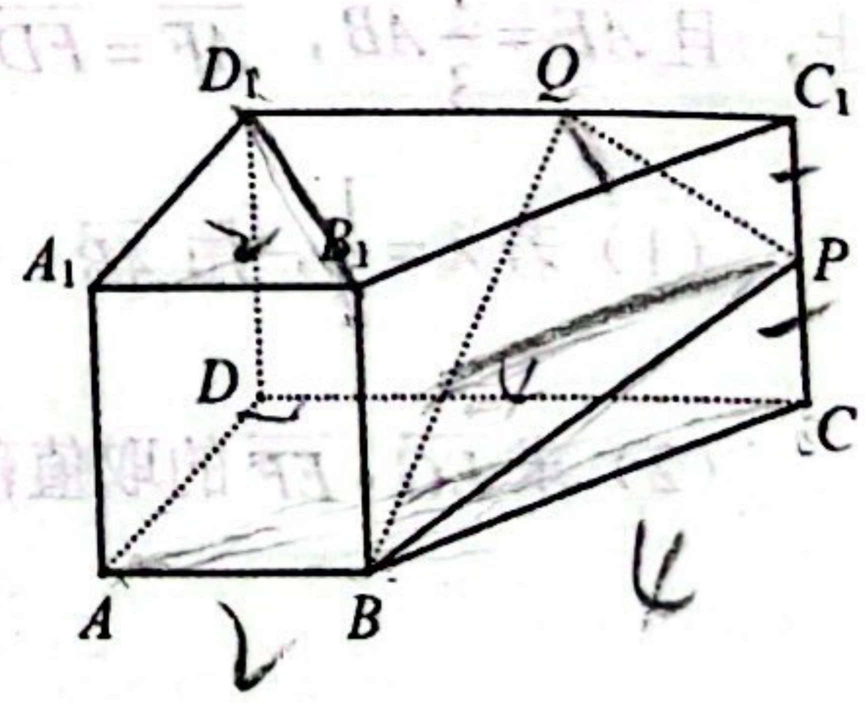
A. $|\overrightarrow{OP_1}|=|\overrightarrow{OP_3}|$

B. $|\overrightarrow{P_1P_3}|=|\overrightarrow{P_2P_3}|$

C. $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP_3}=\overrightarrow{OP_1}\cdot\overrightarrow{OP_2}$

D. $(\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2})\cdot\overrightarrow{OP_3}\le 2$

12. 如图，直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是梯形，$AB\,/\!/\,CD$，$AD\perp DC$，$BC=CD=4$，$DD_1=AB=2$，P 是棱 CC_1 的中点．Q 是棱 C_1D_1 上一动点（不包含端点），则



A. AC 与平面 BPQ 有可能平行

B. B_1D_1 与平面 BPQ 有可能平行

C. 三角形 BPQ 周长的最小值为 $\sqrt{17}+\sqrt{29}$

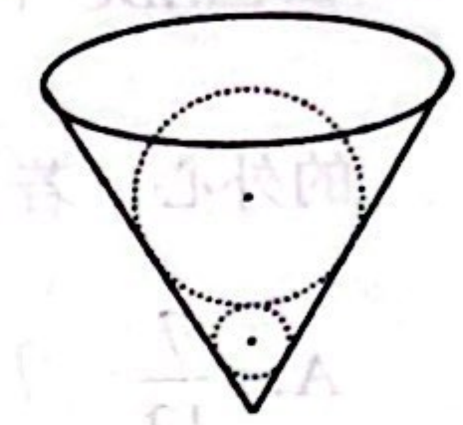
D. 三棱锥 $A-BPQ$ 的体积为定值

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若复数 z 满足 $z+\bar{z}+2(z-\bar{z})=2+4\text{i}$，则 $|z|=$ $\underline{\quad\sqrt{2}\quad}$.

$a+bi+a-bi+2(a+bi-a+bi)=2+4i$　　$1+i$

14. 已知向量$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$满足$(3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=4$，且$|\boldsymbol{b}|=4$，则$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{b}$上的投影向量的模为________.



15. 一个倒置的圆锥形容器，其轴截面为等边三角形，在其内放置两个球形物体，两球体均与圆锥形容器侧面相切，且两球形物体也相切，则小球的体积与大球的体积之比为________.

16. 在锐角三角形中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$c=\sqrt{3}$，$\dfrac{\tan C}{\tan A}+\dfrac{\tan C}{\tan B}=3$，则$a^2+b^2=$________（填数值），$\triangle ABC$的面积的取值范围是________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

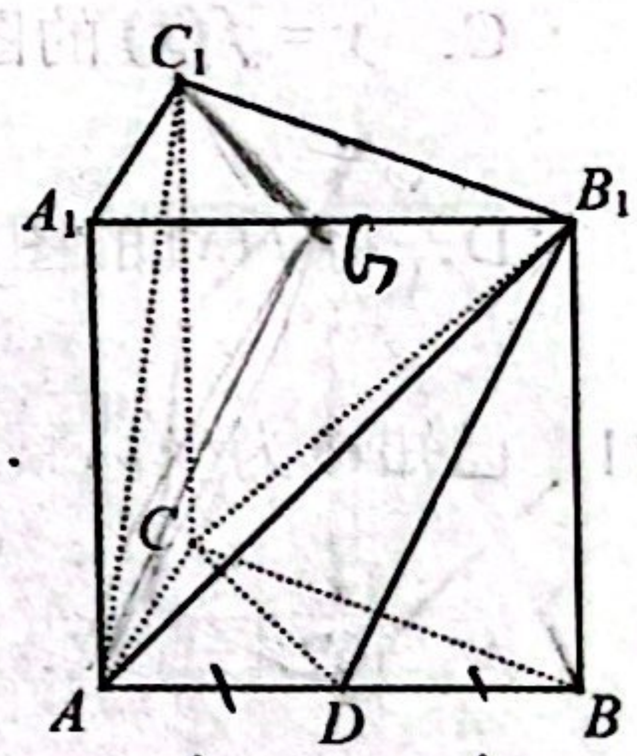
在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c．已知$\sin^2 A+\sin^2 C=\sin A\sin C+\sin^2 B$．

（1）求角B的大小；

（2）若$b=\sqrt{3}$，$\triangle ABC$的面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，求$\triangle ABC$的周长．

18.（12 分）

如图，正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的各条棱长均为 2，D为AB的中点．

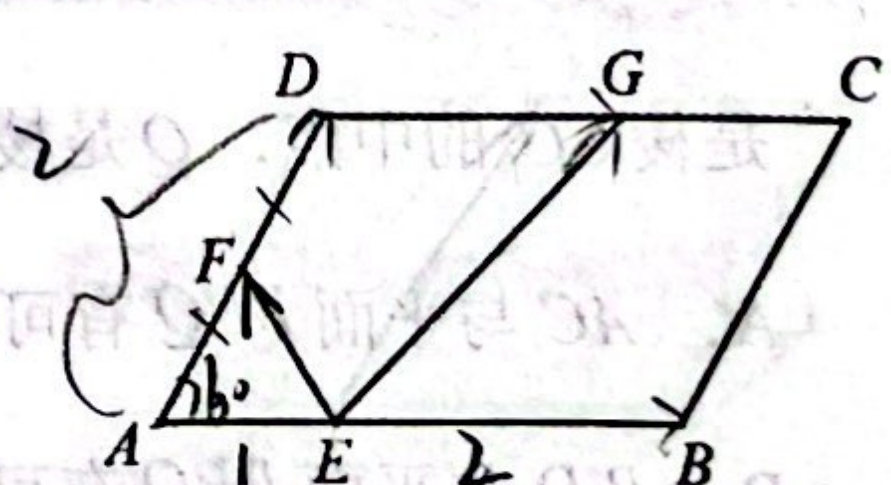


（1）求证：直线AC_1∥平面B_1CD；

（2）求三棱锥$A-B_1CD$的体积．

19.（12 分）

如图，在平行四边形$ABCD$中，$|\overrightarrow{AB}|=3$，$|\overrightarrow{AD}|=2$，$\angle DAB=60^\circ$，点E，F，G分别在边AB，AD，DC上，且$\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{FD}$，$\overrightarrow{DG}=\lambda\overrightarrow{DC}\ (0\le\lambda\le1)$．



（1）若$\lambda=\dfrac{1}{2}$，用$\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}$表示$\overrightarrow{EG}$；

（2）求$\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{EF}$的取值范围．

20．（12 分）

已知向量 $\boldsymbol{a}=(\cos\omega x-\sin\omega x,\ 2\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{4}+\omega x))$，$\boldsymbol{b}=(\cos\omega x+\sin\omega x,\ \sin(\frac{\pi}{4}-\omega x))$，设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\sqrt{3}$ $(\omega>0)$，且函数图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{2}$．

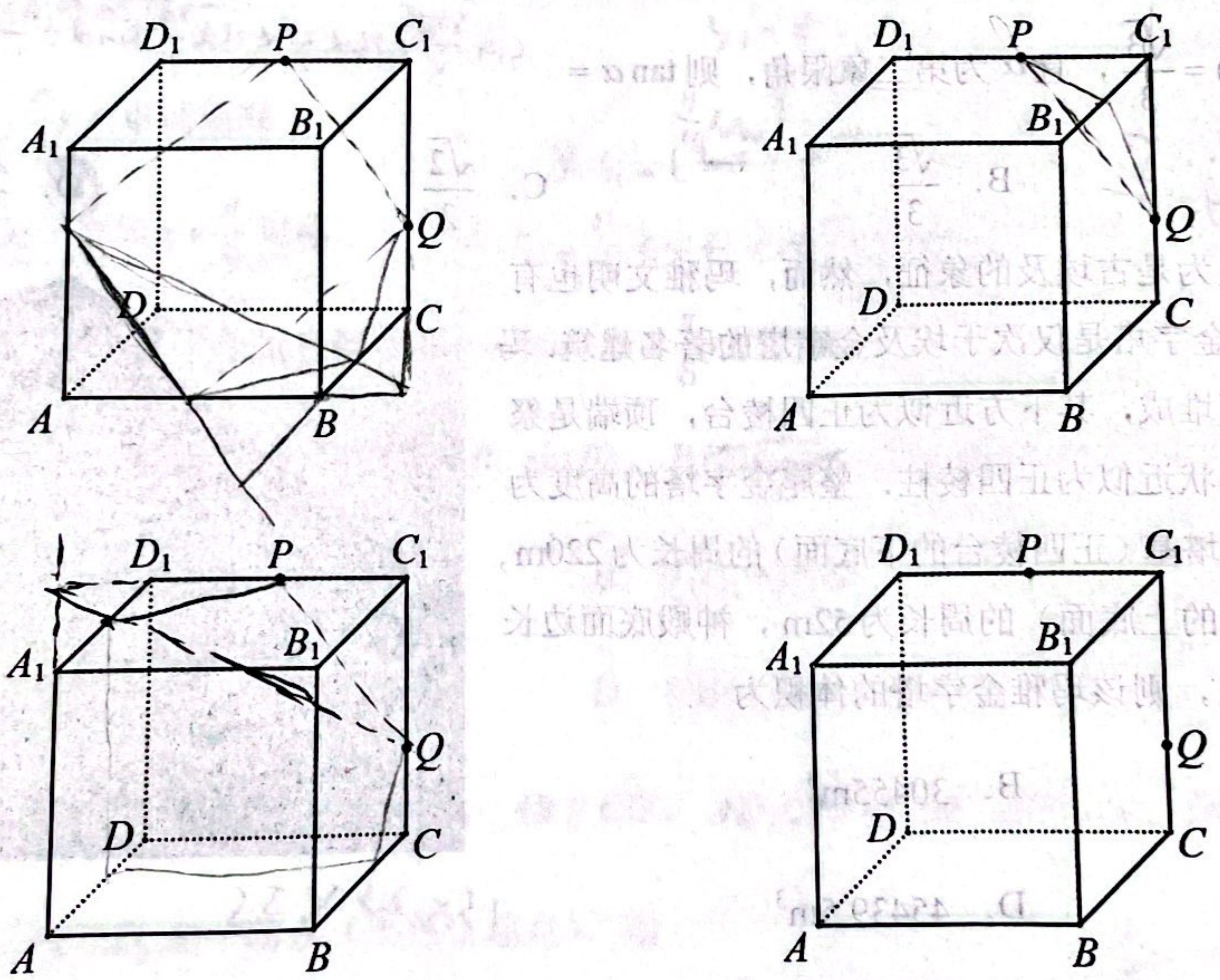
（1）求 ω 的值及函数 $f(x)$ 的值域；

（2）设 $M=\left\{x\in\mathbf{R}\middle|f^2(x)-3\sqrt{2}f(x)+4\le 0\right\}$，$P=\left\{x\in\mathbf{Z}\middle|1\le x\le 5\right\}$，求 $M\cap P$．

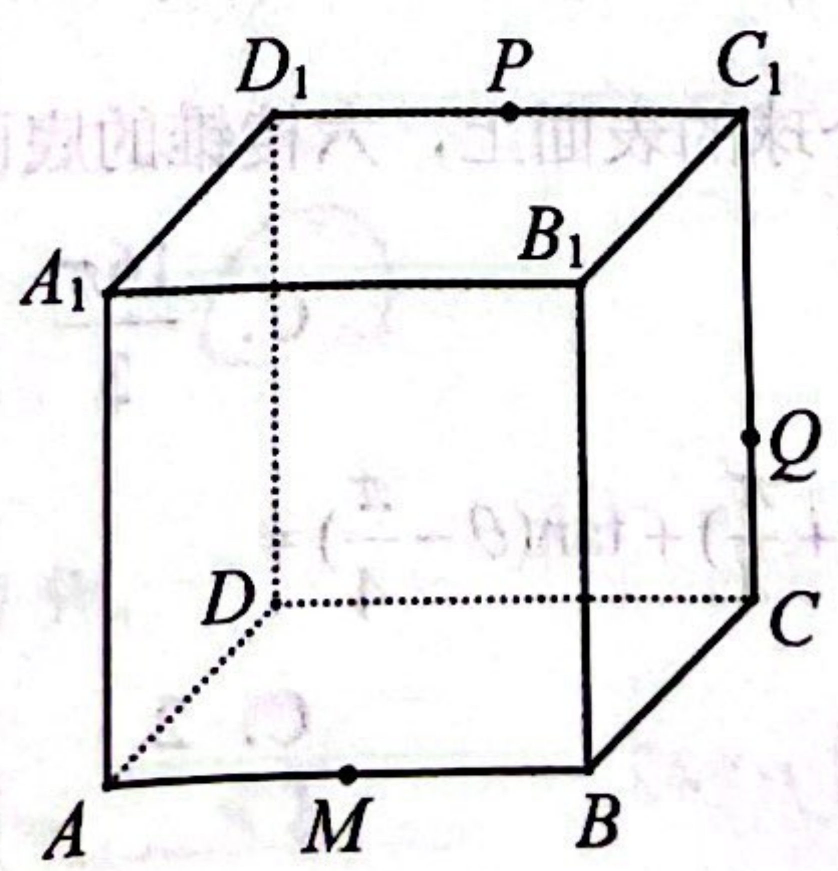
21．（12 分）

如图，在棱长为 6 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为 C_1D_1 的中点，Q 为 CC_1 的一个三等分点（靠近 C）.

（1）经过 P，Q 两点作平面 α，平面 α 截正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 所得截面可能是 n 边形，请根据 n 的不同取值分别作出截面图形（每种情况作一个代表类型，例如 $n=3$ 只需要画一种，下面给了四幅图，可以不用完，如果不够请自行增加），保留作图痕迹；



（2）若 M 为 AB 的中点，求过点 P，Q，M 的截面的面积.



22．（12 分）

由于某地连晴高温，森林防灭火形势严峻，某部门安排了甲、乙两名森林防火护林员对该区域开展巡查．现甲、乙两名森林防火护林员同时从 A 地出发，乙沿着正西方向巡视走了 3km 后到达 D 点．甲向正南方向巡视若干公里后到达 B 点，又沿着南偏西 60° 的方向巡视走到了 C 点，经过测量发现 $\angle ACD=60°$．设 $\angle ACB=\theta$，如图所示．

（1）设甲护林员巡视走过的路程为 $S=AB+BC$，请用 θ 表示 S，并求 S 的最大值；

（2）为了强化应急应战准备工作，有关部门决定在 $\triangle BCD$ 区域范围内储备应急物资，求 $\triangle BCD$ 区域面积的最大值．