

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:人教 A 版选择性必修第二册第五章,选择性必修第三册。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 现有 3 幅不同的油画,4 幅不同的国画,3 幅不同的水彩画,从这些画中选一幅布置房间,则不同的选法共有
A. 10 种 B. 12 种 C. 20 种 D. 36 种
2. 某物体沿直线运动,其位移 s (单位: m)与时间 t (单位: s)之间的关系为 $s(t) = \frac{1}{2}t^2 + t$,则在 $0 \leq t \leq 4$ 这段时间内,该物体位移的平均速度为
A. 2 m/s B. 4 m/s C. 5 m/s D. 6 m/s
3. 随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	n

则 $D(X) =$

- A. $\frac{11}{16}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{9}{16}$ D. $\frac{3}{4}$
4. 已知函数 $f(x) = x^3 + mx^2 + 5$,且 $f'(-1) = f(1)$,则 $f'(1) =$
A. 0 B. 1 C. 2 D. -1
5. 用 0,1,2,3,4 可以组成数字不重复的三位数的个数为
A. 16 B. 36 C. 48 D. 60
6. 某小区物业在该小区的一个广场布置了一个如图所示的圆形花坛,花坛分为 5 个区域. 现有 6 种不同的花卉可供选择,要求相邻的区域(有公共边)不能布置相同的花卉,且每个区域只布置一种花卉,则不同的布置方案有
A. 720 种 B. 1440 种
C. 1560 种 D. 2520 种



7. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x) \geq \cos x$ 恒成立, 则 $f(x) \geq \sin x$ 的解集为

- A. $[-\pi, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$
C. $[\frac{\pi}{2}, +\infty)$ D. $[\pi, +\infty)$

8. 已知 $a = \frac{\ln 2}{2}, b = \frac{\ln 6}{6}, c = \frac{\ln 7}{7}$, 则

- A. $c > b > a$ B. $b > a > c$
C. $b > c > a$ D. $a > b > c$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知 6 名同学排成一排, 下列说法正确的是

- A. 甲不站两端, 共有 $A_4^1 A_5^5$ 种排法
B. 甲、乙必须相邻, 共有 $A_4^1 A_2^2$ 种排法
C. 甲、乙之间恰有两人, 共有 $A_4^2 A_2^2 A_3^3$ 种排法
D. 甲不排左端, 乙不排右端, 共有 $A_6^6 - 2A_5^5 + A_4^4$ 种排法

10. 已知 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则下列结论正确的是

- A. 若 $P(B|A) = P(B)$, 则 $P(A|B) = P(A)$
B. $P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 0$
C. 若 B 和 C 是两个互斥事件, 则 $P(B \cup C|A) = P(B|A) + P(C|A)$
D. 当 $P(AB) > 0$ 时, $P(ABC) = P(A)P(B|A)P(C|AB)$

11. 已知 $(x+2)^{10} + x^8 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_{10}(x+1)^{10}$, 则下列结论正确的是

- A. $a_0 = 2$ B. $a_2 = 17$
C. $a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 384$ D. $a_0 + 2a_1 + 3a_2 + \cdots + 11a_{10} = 6144$

12. 已知函数 $f(x) = e^{\ln x + 1 - x}$, 下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增
B. $f(x)$ 的最大值为 1
C. 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(1+x) > f(1-x)$
D. 若函数 $g(x) = f(f(x)) - m$ 恰有 2 个零点, 则 m 的取值范围为 $(0, 1)$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

3. 已知随机变量 $\xi \sim B(15, 0.6)$, 则 $D(\xi) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. 某科研院校培育枇杷新品种, 新培育的枇杷单果质量 ξ (单位: g) 近似服从正态分布 $N(30, 1)$, 现有该新品种枇杷 100000 个, 估计单果质量不低于 28 g 的枇杷有 个.

附: 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6827, P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545, P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9977$.

5. 已知函数 $f(x) = e^x - 3x$, 直线 $l: 2x + y + 4 = 0$, 若 A, B 分别是曲线 $y = f(x)$ 和直线 l 上的动点, 则 $|AB|$ 的最小值是

16. 某地区一个家庭中孩子个数 X 的情况如下:

X	1	2	3	0
P	$\frac{6}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$

每个孩子的性别是男是女的概率均为 $\frac{1}{2}$, 且相互独立, 则一个家庭中男孩比女孩多的概率为

▲.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$, 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程是 $8x - y - 2 = 0$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的极值.

18. (12 分)

某校为校级元旦晚会选拔主持人, 现有来自高一年级的参赛选手 5 名, 其中男生 2 名, 高二年级的参赛选手 5 名, 其中男生 3 名. 从这 10 名参赛选手中随机选择 4 人组成搭档参赛.

(1) 设事件 A 为“选出的 4 人中恰有 2 名男生, 且这 2 名男生来自同一个年级”, 求事件 A 发生的概率;

(2) 设 X 为选出的 4 人中男生的人数, 求随机变量 X 的分布列.

9. (12 分)

某教师某天需要给甲、乙 2 个班级上课, 每个班级上 1 节课, 已知一天共 7 节课, 上午 4 节, 下午 3 节.

(1) 若要求该教师先给甲班上课, 再给乙班上课, 试问不同的课表安排有多少种?

(2) 若要求该教师不能连上 2 节课 (第 4 节和第 5 节不算连上), 试问不同的课表安排有多少种?

20. (12 分)

某校高二年级组织了一项知识竞答活动,有 A, B, C 三个问题. 规则如下: 只有答对当前问题才有资格回答下一个问题, 否则停止答题. 小明是否答对 A, B, C 三个问题相互独立, 答对三个问题的概率及答对时获得相应的荣誉积分如下表:

问题	A	B	C
答对的概率	0.6	0.5	0.2
获得的荣誉积分	1000	2000	3000

(1) 若小明随机选择一道题, 求小明答对的概率;

(2) 若小明按照 A, B, C 的顺序答题所获得的总积分为 X , 按照 _____ (在下列条件①②③中任选一个) 的顺序答题所获得的总积分为 Y , 请分别求 X, Y 的分布列, 并比较它们数学期望的大小.

① C, B, A ; ② B, A, C ; ③ A, C, B .

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

21. (12 分)

甲、乙两人进行了一次羽毛球比赛, 约定先胜 3 局者获得比赛的胜利, 比赛结束. 假设在一局比赛中若甲先发球, 这局甲获胜的概率是 $\frac{2}{3}$; 若乙先发球, 这局比赛甲获胜的概率是 $\frac{1}{2}$. 已知第 1 局比赛甲先发球, 以后每局比赛由前 1 局获胜的一方先发球, 且各局比赛结果相互独立, 每局比赛都分出胜负.

(1) 求比赛只进行 3 局就结束的概率;

(2) 记比赛结束后, 甲获胜的局数为 X , 求 X 的分布列及期望.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x$, $g(x) = x \ln x - x^2$.

(1) 判断 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的单调性;

(2) 若对任意 $x \in (0, +\infty)$, 不等式 $f(x) < g(x)$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.