

动点，若平面 BEF 截该正方体所得的截面为四边形，则线段 CF 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{1}{3}, 1)$ B. $(\frac{1}{2}, 1)$ C. $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$ D. $(0, \frac{1}{2}]$

二、多选题

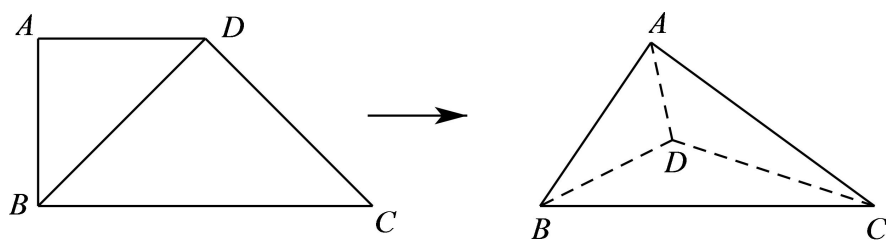
9. 已知向量 $\vec{a} = (1, 3)$, $\vec{b} = (2x, 2-x)$, 其中 $x \in \mathbb{R}$, 下列说法正确的是 ()

- A. 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $x = 6$;
 B. 若 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为锐角, 则 $x < 6$;
 C. 若 $x = 1$, 则 \vec{a} 在 \vec{b} 方向上投影向量为 \vec{b} ;
 D. 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$, 则 $x = \frac{2}{7}$

10. 下列说法正确的是 ()

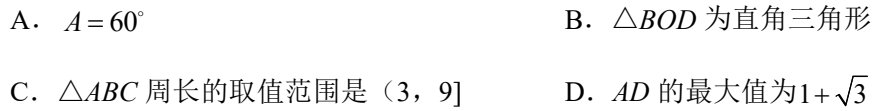
- A. 用分层抽样法从 1000 名学生 (男、女分别占 60%、40%) 中抽取 100 人, 则每位男生被抽中的概率为 $\frac{1}{10}$;
 B. 将一组数据中的每个数据都乘以 3 后, 平均数也变为原来的 3 倍;
 C. 将一组数据中的每个数据都乘以 3 后, 方差也变为原来的 3 倍;
 D. 一组数据 x_1, x_2, \dots, x_{100} 的平均数是 5, 方差为 1, 现将其中一个值为 5 的数据剔除后, 余下 99 个数据的方差是 $\frac{100}{99}$.

11. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = AB = 2$, $\angle BCD = 45^\circ$, $\angle BAD = 90^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 沿 BD 进行翻折, 在这一翻折过程中, 下列说法正确的是 ()



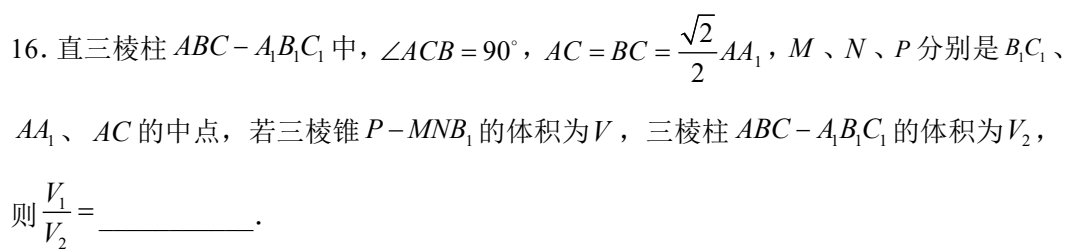
- A. 始终有 $AC \perp BD$;
 B. 当平面 $ABD \perp$ 平面 BCD 时, 平面 $ABD \perp$ 平面 ACD
 C. 当平面 $ABD \perp$ 平面 BCD 时, 直线 BC 与平面 ABD 成 45° 角;
 D. 当二面角 $A-BD-C$ 的大小为 120° 时, 三棱锥 $A-BCD$ 外接球表面积为 $\frac{56}{3}\pi$.

12. 锐角 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其外接圆 O 的半径 $R = \sqrt{3}$, 点 D 在边 BC 上, 且 $BD = 2DC = 2$, 则下列判断正确的是 ()



13. 已知 $i-1$ 是关于 x 的实系数方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的一个根, 那么该方程在复数集 C 内的另一个根是_____.

15. 如图, 四边形 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 90^\circ$, $AD = \frac{1}{2}BC = 1$, 该梯形绕 AB 旋转形成的几何体体积为 $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$, 则该几何体的侧面积为_____.



四、解答题

17. 一个盒子里有三张卡片，分别标记有数字 1, 2, 3，这三张卡片除标记的数字外完全相同。随机有放回地抽取 3 次，每次抽取 1 张。

(1) 求“抽取的卡片上的数字之和为 5”的概率；

(2) 求“抽取的卡片上的数字不完全相同”的概率。

18. 已知在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，_____。

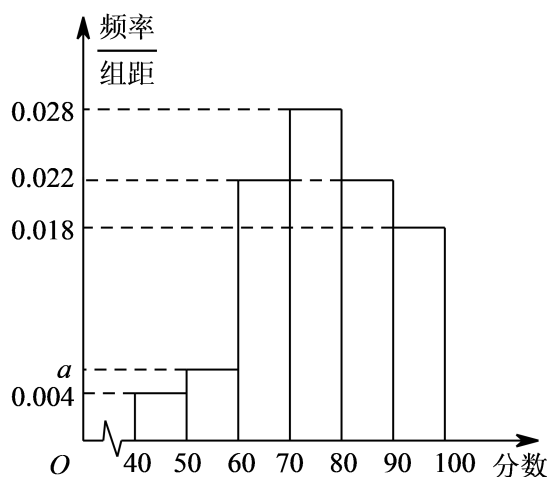
① $\sqrt{3}a - \sqrt{3}c \cos B + b \sin C = 0$ ；② $\frac{a-c}{a+b} + \frac{\sin B}{\sin A + \sin C} = 0$ ；③ $2\cos^2 \frac{A+B}{2} + \cos 2C - 1 = 0$ 。

请在以上三个条件中任选一个补充在横线处，并解答：

(1) 求角 C 的值；

(2) 若 $c = 2\sqrt{3}$, $\overrightarrow{CD} = \frac{\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}}{2}$ 且 $|\overrightarrow{CD}| = \sqrt{2}$ ，求 $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值。

19. 我校后勤服务中心为监控学校稻香圆食堂的服务质量情况，每学期会定期进行两次食堂服务质量抽样调查，每次调查的具体做法是：随机调查 50 名就餐的教师和学生，请他们为食堂服务质量进行评分，师生根据自己的感受从 0 到 100 分选取一个分数打分，根据这 50 名师生对食堂服务质量的评分并绘制频率分布直方图。下图是根据本学期第二次抽样调查师生打分结果绘制的频率分布直方图，其中样本数据分组为 $[40, 50)$ ， $[50, 60)$ ，……， $[90, 100]$ 。

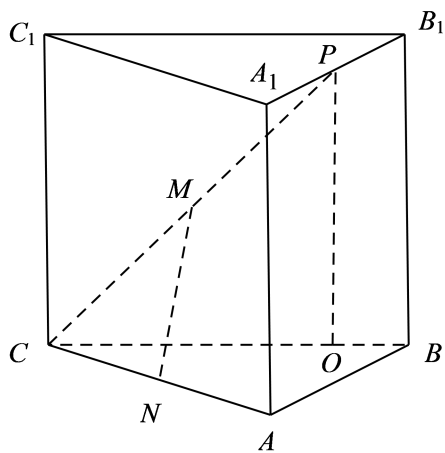


(1)求频率分布直方图中 a 的值并估计样本的众数：

(2)学校规定：师生对食堂服务质量的评分平均分不得低于 75 分，否则将进行内部整顿。用每组数据的中点值代替该组数据，试估计该校师生对食堂服务质量评分的平均分，并据此回答食堂是否需要进行内部整顿；

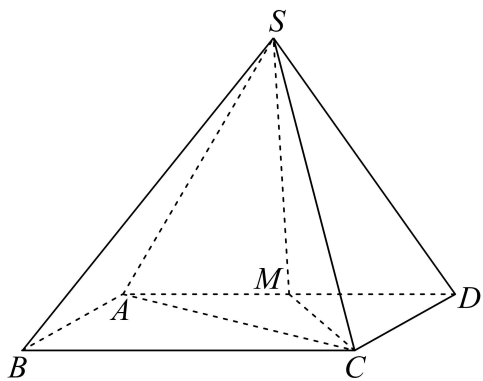
(3)我校每周都会随机抽取 3 名学生和校长共进午餐，每次校长都会通过这 3 名学生了解食堂服务质量，校长的做法是让学生在“差评、中评、好评”中选择一个作答，如果出现“差评”或者“没有出现好评”，校长会立即责成后勤分管副校长亲自检查食堂服务情况。若以本次抽取的 50 名学生样本频率分布直方图作为总体估计的依据，并假定本周和校长共进午餐的学生中 评分在 $[40, 60)$ 之间的会给“差评”，评分在 $[60, 80)$ 之间的会给“中评”，评分在 $[80, 100]$ 之间的会给“好评”，已知学生都会根据自己的感受独立地给出评价不会受到其它因素的影响，试估计本周校长会责成后勤分管副校长亲自检查食堂服务质量的概率。

20. 如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是等腰直角三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形，
 $\angle CAB = 90^\circ$ ， $AB = AC = AA_1$ ，点 P 是棱 A_1B_1 的中点，且 P 在平面 ABC 内的射影 O 在
 线段 BC 上， $BO = \frac{1}{4}BC$ ，点 M ， N 分别是线段 CP ， CA 的中点



- (1) 求证： $MN \parallel$ 平面 AA_1B_1B
 (2) 求二面角 $M-AC-B$ 的正切值.

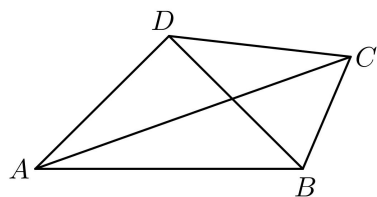
21. 如图，四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $SA = SD = AB = 2$ ，侧面 $SAB \perp$ 侧面 SBC ， M 为 AD 的中点。



(1) 求证：平面 $SMC \perp$ 平面 SBC ；

(2) 若 AB 与平面 SBC 成 30° 角时，求二面角 $A-SC-D$ 的大小，

22. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AD = BD, \angle ADB = 90^\circ, CD = 2\sqrt{2}, BC = 2$.



(1) 若 $\angle BDC = 45^\circ$, 求线段 AC 的长:

(2) 求线段 AC 长的最大值.

参考答案:

1. D

2. B

3. A

4. C

5. B

6. C

7. A

8. D

9. ACD

10. ABD

11. BCD

12. ABD

13. $-1-i$

14. $\frac{\pi}{4}$

15. 6π

16. $\frac{1}{8}/0.125$

17. (1) $\frac{2}{9}$

(2) $\frac{8}{9}$

18. (1) $\frac{2\pi}{3}$

(2) -1

19. (1) $a = 0.006$; 75;

(2) $\bar{x} = 76.2 > 75$, 所以食堂不需要内部整顿.

(3) 0.396

20. (1) 见解析

(2) $\frac{\sqrt{14}}{3}$

21. (1)证明见解析

(2) 90°

22. (1) $2\sqrt{5}$;

(2)6.