重庆市育才中学校高2023届高考冲刺考试1

数学试题　　2023.5

(数学试题卷共6页，考试时间120分钟，满分150分)

注意事项：1. 答卷前，请考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 作答时，务必将答案写在答题卡上，写在本试卷及草稿纸上无效。

3. 考试结束后，将答题卡交回。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\left\{x\in \mathbf{Z}\left|\frac{x+1}{x-5}<0\right.\right\}$，$B=\left\{y\left|y=3^x+1\right.\right\}$，则 $A\cap B=$（　）

A. $\{0,1,2,3,4\}$　　B. $\{1,2,3,4\}$　　C. $(1,5)$　　D. $\{2,3,4\}$

2. 若复数 z 满足 $i(1+z)=-3-2i$，则 z 在复平面内对应的点位于（　）

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 直角三角形 ABC 中，$\angle C=90^\circ, AC=3, BC=3$. 若点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$，则 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{CA}=$（　）

A. 0　　B. $\frac{3}{2}$　　C. 3　　D. 6

4. 某种疾病的患病率为5%，通过验血诊断该病的误诊率为4%，即非患者中有4%的人诊断为阳性，患者中有4%的人诊断为阴性，随机抽取一人进行验血，则其诊断结果为阳性的概率为（　）

A. 0.05　　B. 0.046　　C. 0.086　　D. 0.86

5. 1766年，德国的一位中学数学教师提丢斯(Titius)提出了一串从第二项开始的正项等比数列 $\{a_n\}$，然后将每个数加上4，再除以10，就可以近似地得到以天文单位（A.U.）表示的各个行星及行星带同太阳的平均距离。例如：$(6+4)\div 10=1$ 恰好是地球与太阳的距离1A.U.。已知各个行星及行星带离太阳的距离由近到远依次为水星、金星、地球、火星、小行星带、木星、土星、天王星，其中地球、土星和太阳的平均距离依次近似为1A.U和10A.U。则小行星带和太阳的平均距离近似为（　）

A. 1.2A.U.　　B. 1.6A.U.　　C. 2.8A.U.　　D. 5.2A.U.

6. $\frac{(2x^2-y)(x+y)^5}{x^3y^3}$ 的展开式中的常数项为（　）

A. -10　　B. 10　　C. -20　　D. 20

7．已知以点 C 为圆心的圆：$(x-1)^2+(y-2)^2=2$ 上两动点 A，B 满足 ΔABC 为直角三角形，O 为坐标原点，则 $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|$ 的最大值为（　）

A．$2\sqrt{5}+2$　　B．$\sqrt{5}+1$　　C．$\sqrt{6+3\sqrt{2}}$　　D．$2\sqrt{6+3\sqrt{2}}$

8．已知点 P 在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的外接球 O 的球面上，M、N 分别为线段 AB、BC 的中点，当过 M，N，P 三点的平面截球 O 的截面面积最小时，此平面截正方体表面的截面周长为　　）

A．$\left(4\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)$　　B．$\left(2\sqrt{5}+2\sqrt{2}\right)$　　C．$6\sqrt{2}$　　D．$12\sqrt{2}$

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\left(-\dfrac{\pi}{3},0\right)$ 是其中一个对称中心，且其导函数 $f'(x)$ 的最小值是-2，则（　）

A．$f(x)$ 的最小正周期为 π　　B．$f(x)$ 的一条对称轴为 $x=\dfrac{11\pi}{12}$

C．$f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上单调　　D．$f(x)$ 图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$，得到的图象关于原点对称

10．若 $a>0$，$b>0$，且 $a+b=1$，则下列不等式中一定成立的是（

A．$a^2+b^2\le\dfrac{1}{2}$　　B．$a^2+b^2\ge\dfrac{1}{2}$

C．$\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}\le 4$　　D．$\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}\ge 4$

11．已知 O 为坐标原点，F_1，F_2 为双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点，F_1 关于 C 的一条渐近线的对称点 P 恰好在 C 上，若直线 F_1P 交 C 的左半支于点 Q，则（　）

A．ΔPOF_2 为等腰三角形　　B．双曲线的离心率为 $\sqrt{5}$

C．ΔPOF_1 的面积为 a^2　　D．$F_1Q=\dfrac{4}{3}a$

12．设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，其导函数为 $f'(x)$，若 $f'(-x)=f'(x)$，$f(x)+f(2-x)=2023$，则下列结论正确的是（　）

A．$f(1-2x)+f(1+2x)=2023$　　B．$f'(f(1-x))=f'(f(1+x))$

C．$f'(2023-x)=f'(2023+x)$　　D．$f(f'(x+2022))=f(f'(x))$

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．抛物线 C：$y^2=4x$ 上一点 M 到 y 轴距离为 5，则点 M 到 C 的焦点的距离为__________

14．在重庆那烈日炎炎的夏天，甜品店会出售各式各样的冰激凌，其中传统的蛋筒冰激凌尤为受人喜爱．这种冰激凌可以近似认为是由 1 个圆锥蛋筒和 1 个冰激凌半球体组合构成，并且圆锥底面圆的半径与半球体半径相等，其中圆锥的母线长是其底面圆半径的 $\sqrt{5}$ 倍．如图所示，若该冰激凌半球体的体积为 $\frac{16\pi}{3}$，则整个蛋筒冰激凌（包含蛋筒和冰激凌两部分，但不含底面）的表面积是________

15．桌子上放有三摞书，一摞 1 本，一摞 2 本，一摞 3 本，现要把这 6 本不同的书发给学生，每次发书只能从其中一摞取最上面的一本书，则不同取法的种数为________（用数字回答）

16．已知 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 分别是函数 $f(x)=2a^{x+1}-ex^2-2ex-1$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的极大值点和极小值点．若 $x_1<x_2$，则 a 的取值范围是__________．

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10分）

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 S_n，满足：$S_{n+1}=S_n+a_n+2$，$a_1=-1$．

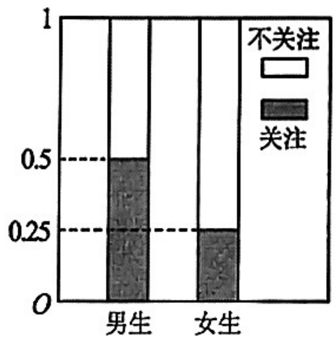
（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=\sqrt{2}^{a_n+1}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n．

18.（12分）

ChatGPT是美国OpenAI公司 研发的聊天机器人程序，于2022年11月30日发布后引发全球热议。ChatGPT是一种人工智能技术驱动的自然语言处理工具，它能够通过理解和学习人类的语言来进行对话，还能根据聊天的上下文进行互动，真正像人类一样来聊天交流。某中学为了解本校学生对ChatGPT的关注程度，从学生中随机抽取了200名学生进行调查（其中男生120名），根据样本的调查结果得到如下图所示的等高堆积条形图.

	关注	不关注	合计
男生			
女生			
合计			



（1）请完成上面的2×2列联表，并依据小概率值$\alpha=0.001$的独立性检验，分析能否认为学生是否关注ChatGPT与性别有关.

（2）从抽取的对ChatGPT关注的学生中，采用分层抽样的方法，按性别比例抽取8个样本，再从这8名学生中随机选取3名参与学校信息学活动．记参与学校信息学活动的男生人数与女生人数之差的绝对值为ξ，求ξ的分布列与期望.

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$.

$P(\chi^2\geq k_0)$	0.050	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	6.635	7.879	10.828

19. （12分）

在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$a=2\sqrt{2}$,____________.

在①$\sqrt{2}c\sin\left(A+\frac{\pi}{4}\right)=b$，②$\cos\left(\frac{\pi}{3}-C\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+C\right)=\frac{1}{4}$中任选一个，补充到横线上.

（1）求锐角C；

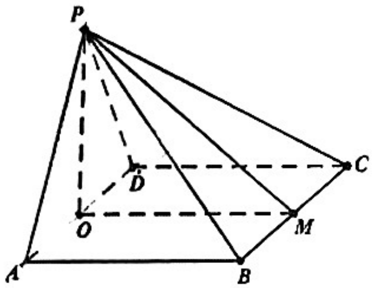
（2）延长BA于点E,使$BE=2BA$，已知边$b=1$，求线段CE长度.

20. （12分）

如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$\angle PAD=\angle PDA=\frac{\pi}{4}$，四边形$ABCD$为平行四边形，$O$, M分别为AD,BC的中点，$PB=PC$.

（1）证明：$AD\perp$平面POM；

（2）若$PA=AB=2$，$PB=2\sqrt{2}$，求平面PBC与平面PAD所成角的余弦值.



21．（12分）

已知过点$(1,e)$的椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的长轴长为4，其中$e$为椭圆$E$的离心率.

（1）求E的标准方程；

（2）设O为坐标原点，直线l与E交于A,C两点，已知两点M,N满足$\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{OA},\overrightarrow{ON}=2\overrightarrow{OC}$，以$OM$，$ON$为邻边作平行四边形$OMPN$，且点$P$恰好在$E$上，试问：平行四边形$OMPN$的面积是否为定值？若是定值，求出此定值；若不是，说明理由.

22.（12分）

已知函数$f(x)=2a\ln x+x^2(a\in R)$.

（1）讨论函数$f(x)$的单调性；

（2）当$a=e$时，设$g(x)=f(x)+x$，若正实数x_1,x_2满足$g(x_1)+g(x_2)=4e+2\sqrt{e}$，求证：$x_1+x_2\geq 2\sqrt{e}$.

命题人：苏丹　田伟

审题人：苏丹　田伟