重庆市育才中学校高 2025 届 2022-2023 学年（下）3 月月考

数学试题

本试卷为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟。

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知平面向量 $\vec{a}=(1,0),\vec{b}=(-1,k),\vec{c}=(2,1)$，若 $(\vec{a}+2\vec{b})//\vec{c}$，则 $k=$

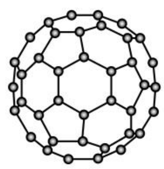
A．1　　B．-1　　C．$-\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

2．已知 α 是第二象限角，则点 $P(\tan\dfrac{\alpha}{2},\sin 2\alpha)$ 位于

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

3．如图，C_{60} 是一种碳原子簇，它是由 60 个碳原子构成的，其结构是以正五边形和正六边形面组成的凸 32 面体，这 60 个 C 原子在空间进行排列时，形成一个化学键最稳定的空间排列位置，恰好与足球表面格的排列一致，因此也叫足球烯.根据杂化轨道的正交归一条件，两个等性杂化轨道的最大值之间的夹角 $\theta(0<\theta\le 180°)$ 满足：$\alpha+\beta\cos\theta+\gamma(\dfrac{3}{2}\cos^2\theta-\dfrac{1}{2})+\delta(\dfrac{5}{2}\cos^3\theta-\dfrac{3}{2}\cos\theta)=0$，式中 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ 分别为杂化轨道中 s,p,d,f 轨道所占的百分数. C_{60} 中的杂化轨道为等性杂化轨道，且无 d,f 轨道参与杂化，碳原子杂化轨道理论计算值为 $sp^{2.28}$，它表示参与杂化的 s,p 轨道数之比为 $1:2.28$，由此可计算得一个 C_{60} 中的凸 32 面体结构中的五边形个数和两个等性杂化轨道的最大值之间的夹角的余弦值分别为

A．$20,-\dfrac{25}{57}$　　B．$20,\dfrac{25}{57}$　　C．$12,-\dfrac{25}{57}$　　D．$12,\dfrac{25}{57}$



C_{60}

足球

4. 已知 $\sin\alpha+\cos\alpha=-\dfrac{17}{13}$，$\alpha\in(\pi,\dfrac{5}{4}\pi)$，则 $\sin\alpha-\cos\alpha=$

A．$\dfrac{2}{13}$　　B．$-\dfrac{2}{13}$　　C．$\dfrac{7}{13}$　　D．$-\dfrac{7}{13}$

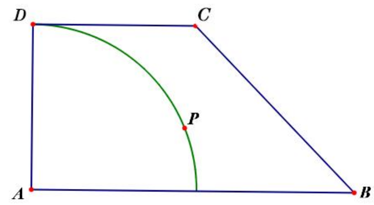
5．已知非零向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $(\vec{a}-\vec{b})\perp(\vec{a}-7\vec{b}),(\vec{a}+2\vec{b})\perp(2\vec{a}-11\vec{b})$，则 $\sin<\vec{a},\vec{b}>=$

A．$\dfrac{3}{5}$　　B．$\dfrac{4}{5}$　　C．$\dfrac{5}{13}$　　D．$\dfrac{12}{13}$

6．已知 $a=(\frac{1}{2})^{1.5}$，$b=\log_4 3$，$c=\sin^2 1$，则 a,b,c 的大小关系为

A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$　　C．$c<a<b$　　D．$a<c<b$

7．如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD=DC=\frac{1}{2}AB=1$ 且 $AB\perp AD$，P 为以 A 为圆心 AD 为半径的 $\frac{1}{4}$ 圆弧上的一动点，则 $\overrightarrow{PD}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 的最小值为



A．$3-2\sqrt{2}$　　B．$3-3\sqrt{2}$　　C．$3-4\sqrt{2}$　　D．$3-5\sqrt{2}$

8．设函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)-1(\omega>0)$，若对任意实数 φ，$f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上至少有 3 个零点，至多有 4 个零点，则 ω 的取值范围是

A．$[\frac{8}{3},\frac{10}{3})$　　B．$[\frac{10}{3},4)$　　C．$[4,\frac{14}{3})$　　D．$[\frac{14}{3},\frac{16}{3})$

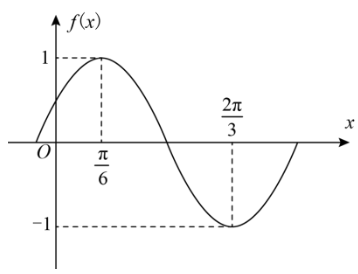
二、选择题：本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9．已知在同一平面内的向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 均为非零向量，则下列说法中正确的有

A．若 $\vec{a}//\vec{b},\vec{b}//\vec{c}$，则 $\vec{a}//\vec{c}$　　B．若 $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{b}$，则 $\vec{b}=\vec{c}$

C．$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$　　D．若 $\vec{a}//\vec{b}$ 且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，则 $\vec{c}\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$

10．函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列说法中正确的有



A．$\omega=2$

B．$(-\frac{7\pi}{12},0)$ 为函数 $f(x)$ 的一个对称中心点

C．$[\frac{11}{6}\pi,\frac{7}{3}\pi]$ 为函数 $f(x)$ 的一个递增区间

D．可将函数 $\cos 2x$ 向右平移 $\frac{1}{6}\pi$ 个单位得到 $f(x)$

11．已知 $f(x),g(x)$ 分别是定义在 R 上的奇函数和偶函数，且 $f(x)+g(x)=e^x$，则下列说法中正确的有

A．$g(0)=1$　　B．$f^2(x)-g^2(x)=1$

C．$f(2x)=2f(x)\cdot g(x)$　　D．若 $f(m+2)+f(m)>0$，则 $m>-1$

12．已知两个不相等的非零向量 $\vec{a},\vec{b}$，两组向量 $\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{x_4},\overrightarrow{x_5}$ 和 $\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{y_4},\overrightarrow{y_5}$ 均由 3 个 $\vec{a}$ 和 2 个 $\vec{b}$ 排列而成，记 $S=\overrightarrow{x_1}\cdot\overrightarrow{y_1}+\overrightarrow{x_2}\cdot\overrightarrow{y_2}+\overrightarrow{x_3}\cdot\overrightarrow{y_3}+\overrightarrow{x_4}\cdot\overrightarrow{y_4}+\overrightarrow{x_5}\cdot\overrightarrow{y_5}$，$S_{\min}$ 表示 S 所有可能取值中的最小值，则下列命题正确的是

A．S 有3个不同的值　　B．$S_{\min}=2\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$

C．若 $\vec{a}//\vec{b}$，则 $S_{\min}$ 与 $|\vec{b}|$ 无关　　D．若 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|,S_{\min}=4|\vec{b}|^2$，则 $\vec{a}\perp\vec{b}$

第Ⅱ卷

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．已知 $A(1,2),B(4,5)$ 且 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PB}$，则 P 的坐标为____________.

14．已知 $\sin(2023\pi-\alpha)=2\sin(\frac{2023\pi}{2}+\alpha)$，则 $\sin 2\alpha+\cos^2\alpha=$____________.

15．写出一个同时满足下列三个条件的函数 $f(x)=$____________.

①$f(x)$ 不是常数函数　　②$f(x+1)$ 为奇函数　　③$f(x+2)=f(2-x)$

16．已知函数 $f(x)=\frac{1}{2}\cos 2x-\cos x-\frac{1}{2},x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

（1）$f(x)$ 的值域为____________；

（2）设 $g(x)=a(3\sin x+4\cos x)$，若对任意的 $x_1\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$，总存在 $x_2\in[0,\pi]$，使得 $f(x_1)=g(x_2)$，则实数 a 的取值范围为____________.

四、解答题：本大题 6 个小题，共 70 分，解答时应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程，并答在答题卡相应的位置上.

17.（本小题 10 分）

已知平面向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}=(2,0)$，$|\vec{b}|=1$，$\vec{c}=\vec{a}-t\vec{b}$，（$t\in R$），$<\vec{a},\vec{b}>=\frac{\pi}{3}$.

（1）求 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量的坐标；

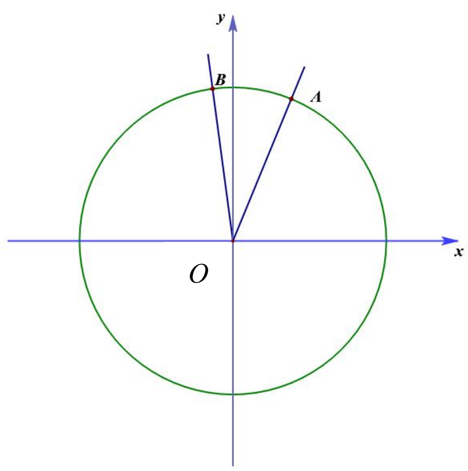
（2）当 $|\vec{c}|$ 最小时，求 $\vec{b}$ 与 $\vec{c}$ 的夹角.

18.（本小题 12 分）

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，角 α 的终边与单位圆的交点为 $A(x_1,y_1)$，角 $\alpha+\frac{\pi}{6}$ 终边与单位圆的交点为 $B(x_2,y_2)$.

（1）若 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，求 x_1+y_2 的取值范围；

（2）若点 B 的坐标为 $(-\frac{1}{3},\frac{2\sqrt{2}}{3})$，求点 A 的坐标.

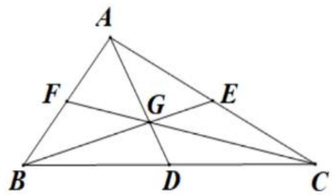


19.（本小题 12 分）

已知平面向量$\overrightarrow{OM}$，$\overrightarrow{ON}$不共线，由平面向量基本定理知，对于该平面内的任意向量$\overrightarrow{OP}$，都存在唯一的有序实数对(x,y)，使得$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OM}+y\overrightarrow{ON}$.

（1）证明：P,M,N三点共线的充要条件是$x+y=1$；

（2）如图，ΔABC的重心G是三条中线AD,BE,CF的交点，证明：重心为中线的三等分点.



20.（本小题 12 分）

已知向量$\vec{a}=(2\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2},\sin\frac{x}{2}),\vec{b}=(\cos\frac{x}{2},-\sin\frac{x}{2})$，函数$f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.

（1）求函数$f(x)$的单调增区间和对称轴；

（2）若关于x的方程$f(x)-m=0$在$[0,\frac{\pi}{2}]$上有两个不同的解，记为α，β.

①求实数m的取值范围；

②证明：$\cos(\alpha-\beta)=\frac{m^2}{2}-1$.

21.（本小题 12 分）

已知$a\in R$，函数$f(x)=\log_2(x^2-3x+a)$.

(1)若函数$f(x)$的图像经过点$(3,1)$，求不等式$f(x)<1$的解集；

(2)设$a>2$，若对任意$t\in[3,4]$，函数$f(x)$在区间$[t,t+1]$上的最大值与最小值的差不超过1，求a的取值范围.

22．（本小题 12 分）

设n次多项式$T_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_2x^2+a_1x^1+a_0,(a_n\neq 0)$，若其满足$T_n(\cos\theta)=\cos n\theta$，则称这些多项式$T_n(x)$为切比雪夫多项式. 例如：由$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$可得切比雪夫多项式$T_2(x)=2x^2-1$.

（1）求切比雪夫多项式$T_3(x)$；

（2）求$\sin 18^\circ$的值；

（3）已知方程$8x^3-6x-1=0$在$(-1,1)$上有三个不同的根，记为x_1,x_2,x_3，求证：$x_1+x_2+x_3=0$.