重庆市育才中学校高2025届2022-2023学年（下）期中考试

数学试题

本试卷为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试时间120分钟。

注意事项：1．答卷前，请考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；

2．作答时，务必将答案写在答题卡上，写在本试卷及草稿纸上无效；

3．考试结束后，将答题卡交回。

第Ⅰ卷

一．选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知向量$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(\cos\theta,\sin\theta)$，且向量$\vec{a}$与$\vec{b}$平行，则$\tan\theta$的值为（　　）

A．$-\dfrac{1}{2}$　　B．-2　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．2

2．已知复数$z=(m^2-m-2)+(m+1)i$ ($m\in R$，i为虚数单位)为纯虚数，则m的值是（　　）

A．1　　B．-1　　C．2　　D．-2

3．用一个平面去截一个几何体，得到的截面是圆面，则这个几何体不可能是（　　）

A．圆柱　　B．棱柱　　C．圆锥　　D．球

4．在ΔABC中，角A、B、C所对的边分别为a、b、c．已知$a=\sqrt{3}b$，$A=2B$，则A的值是（　　）

A．$\dfrac{\pi}{3}$　　B．$\dfrac{2\pi}{3}$　　C．$\dfrac{\pi}{6}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

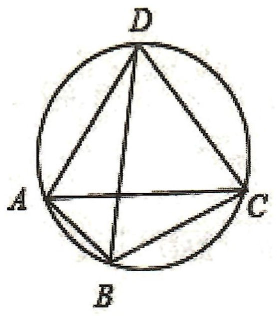
5．若一个圆锥的侧面展开图是圆心角为120°且面积为3π的扇形，则该圆锥的高为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{2}$

6．在边长为6的正方形$ABCD$中，点E为DC的中点，点F在边BC上且$\overrightarrow{BF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{FC}$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$（　　）

A．18　　B．24　　C．30　　D．42

7．托勒密是古希腊天文学家、地理学家、数学家，托勒密定理就是由其名字命名，该定理原文：圆的内接四边形中，两对角线所包矩形的面积等于一组对边所包矩形的面积与另一组对边所包矩形的面积之和.其意思为：圆的内接凸四边形两对对边乘积的和等于两条对角线的乘积.从这个定理可以推出正弦、余弦的和差公式及一系列的三角恒等式，托勒密定理实质上是关于共圆性的基本性质.已知四边形$ABCD$的四个顶点在同一个圆的圆周上，AC、BD是其两条对角线，$BD=4\sqrt{3}$，且ΔACD为正三角形，则四边形$ABCD$的面积为（　　）



A. $16\sqrt{3}$　　B. 16　　C. $12\sqrt{3}$　　D. 12

8．在锐角$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c．若$\dfrac{\cos B}{b}+\dfrac{\cos C}{c}=\dfrac{\sqrt{3}\sin A}{3\sin C}$，且$\cos 2B+2\cos^2\dfrac{B}{2}=1$，则$a+c$的取值范围是(　　)

A. $(\sqrt{3},2\sqrt{3}]$　　B. $(3,2\sqrt{3}]$　　C. $[\sqrt{3},2\sqrt{3}]$　　D. $[3,2\sqrt{3}]$

二．选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．已知复数$z=\dfrac{2i}{1+i}$（i为虚数单位），则下列结论正确的是(　　)

A. $|z|=\sqrt{2}$　　B. z的实部为1

C. z的共轭复数是$\overline{z}=-1-i$　　D. 在复平面内z对应的点在第二象限

10．下列说法正确的是(　　)

A. 棱柱所有的面都是平行四边形　　B. 正方体的外接球与内切球的表面积之比为$3:1$

C. 已知$\triangle ABC$是边长为2的正三角形，则其直观图的面积为$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

D. 以等腰梯形的一条腰所在的直线为旋转轴旋转一周，形成的几何体是圆台

11．在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c．则下列命题正确的是(　　)

A. 若$\dfrac{c}{b}=\cos A$，则$\triangle ABC$为直角三角形　　B. 若$\sin 2A=\sin 2B$，则$\triangle ABC$是等腰三角形

C. 若$b^2+c^2<a^2$，则$\triangle ABC$为钝角三角形　　D. 若$b^2=ac$，则$0<B\le\dfrac{\pi}{3}$

12．在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知$c=3\sqrt{2}$，$a\cos C+c\cos A=3$，点O是$\triangle ABC$所在平面内一点．则下列判断正确的是(　　)

A. 若$C=60^\circ$，则满足条件的$\triangle ABC$有且仅有一解

B. 若O为$\triangle ABC$的外心，则$\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{BC}=-\dfrac{9}{2}$

C. 若O为$\triangle ABC$的重心，点P满足$3\overrightarrow{OP}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}$，则$S_{\Delta OBP}:S_{\Delta ABC}=1:3$

D. 若$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，且$\cos\angle CAO=\dfrac{3}{4}$，则$BC=3\sqrt{2}$

第Ⅱ卷

三．填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．平面直角坐标系xOy中，角α的始边与x轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于第一象限的点$P(\dfrac{3}{5},m)$，则$\tan\alpha=$______.

14．球O被平面α所截得的截面圆的面积为π，且球心到平面α的距离为2，则球O的半径为______.

15.定义$\vec{a}*\vec{b}$是向量$\vec{a}$和$\vec{b}$的“向量积”，其长度为$|\vec{a}*\vec{b}|=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\theta$，其中$\theta$为向量$\vec{a}$和$\vec{b}$的夹角．若$\vec{a}=(2,0)$，$\vec{b}=(1,\sqrt{3})$，则$|\vec{a}*(\vec{a}+\vec{b})|=$______.

16.在ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c.已知$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=36$，$\sin B=\cos A\sin C$，$S_{\Delta ABC}=24$.

则$c=$______；若点P为线段AB上的点，且$\overrightarrow{CP}=x\cdot\dfrac{\overrightarrow{CA}}{|\overrightarrow{CA}|}+y\cdot\dfrac{\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CB}|}$，则$xy$的最大值是______.

四．解答题：本题共 6 小题，共 70 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题 10 分）

已知向量$\vec{a}=(1,1)$，$\vec{b}=(2,0)$.

（1）求$|\vec{b}-2\vec{a}|$；

（2）求$\vec{a}$与$\vec{b}-2\vec{a}$的夹角.

18.（本小题 12 分）

在①向量$\vec{m}=(-\sqrt{3}\cos A,a)$与向量$\vec{n}=(c,\sin C)$垂直，②$\sqrt{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2S_{\Delta ABC}$，

③$(c-b)\sin C=a\sin A-b\sin B$这三个条件中任选一个，补充在下面题目横线上，并完成解答.

在ΔABC中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且满足______.

（1）求角A；

（2）若$a=3$，$\sin B=2\sin C$，求ΔABC的周长.

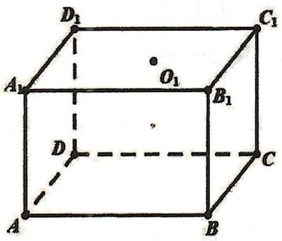
（注：若选多个条件作答，则按第一个计分）

19.（本小题 12 分）

在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，下底面 $ABCD$ 的面积为 16，$AA_1=4$.

（1）求长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面积的最小值；

（2）在（1）的条件下，设上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心为 O_1，求三棱锥 $A-O_1BC$ 的体积.

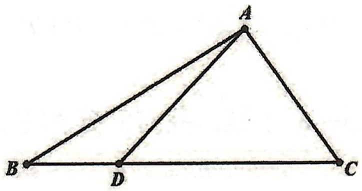


20.（本小题 12 分）

在 ΔABC 中，$B=\dfrac{\pi}{6}$，$\cos C=\dfrac{3}{5}$，D 是 BC 边上一点，$CD=7, AC=5$.

（1）求 $\angle ADC$ 的大小；

（2）求 ΔABC 的面积.

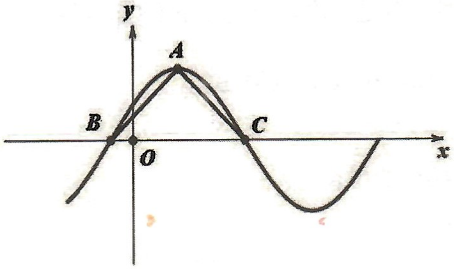


21.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=2\cos^2\dfrac{\omega x}{2}+2\sqrt{3}\sin\dfrac{\omega x}{2}\cdot\sin(\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\omega x}{2})-1(\omega>0)$ 在一个周期内的图象如图所示. 图中点 A 为图象的最高点，点 B、C 为图象与 x 轴的交点. ΔABC 为等腰直角三角形且 $\angle BAC=90^{\circ}$.

（1）求 ω 的值及函数 $f(x)$ 的递增区间；

（2）若对 $\forall x\in[0,2]$，不等式 $|f(x)-m|\le 2$ 成立，求实数 m 的取值范围.



22.（本小题 12 分）

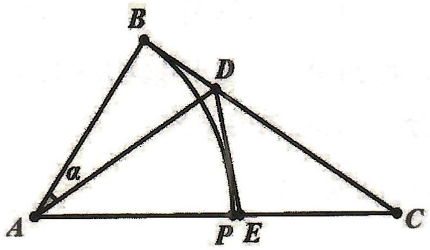
已知ΔABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$\sqrt{3}\sin C+\cos C=\dfrac{b+c}{a}$.

（1）求A；

（2）设ΔABC的外接圆圆心为O，且$\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{BO}$，$\left|\overrightarrow{BO}\right|=r$（$r$为定值）. 如图，$ABP$是以$AB$为半径，$\angle BAC$为圆心角的扇形，点$D$为$BC$边上的动点，点$E$为$AC$边上的动点，满足$DE$与$\overset{\frown}{BP}$相切，设$\angle BAD=\alpha$.

①当$\alpha=\dfrac{\pi}{6}$，$r=2$时，求$\left|\overrightarrow{DE}\right|$；

②在点D、E的运动过程中，$\dfrac{\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CD}}{\left|\overrightarrow{DE}\right|}$的值是否为定值？若是，请求出这个定值；若不是，请说明理由.



命题人：陈高明、桂　军

审题人：桂　军、陈高明